

Министерство образования и науки Украины

**Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»**

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

Учебное пособие

Под редакцией Садовского В.А.

Издание 2-е, исправленное и дополненное

**Утверждено
редакционно-издательским советом
университета, протокол № 2 от
24.05.2018 г.**

**Харьков
НТУ «ХПИ»
2018**

УДК 339.138
С 57

Рецензенты:

П. А. Орлов, д-р экон. наук, проф. ХГЭУ

П.Т. Бубенко, д-р экон.наук, проф. Заведующий отделом
Научно-технического и экономического прогресса
Северо-Восточного научно центра НАН и МОН Украины

Авторы: Садовский В. А., Семенченко Г. В., Гончарова Г. Д., Погорелов И.Н.

У навчальному посібнику розглянуто засади економічного моделювання в Microsoft Excel і практичні завдання з планування виробничої діяльності підприємств згідно з програмою курсу «Математичне моделювання в економіці й менеджменті». Посібник включає: загальні теоретичні положення досліджуваної теми, опис економіко-математичних моделей планування, алгоритми розв'язання задач, операторні інструкції розв'язання завдання на ПЕВМ та аналіз результатів їх розв'язання. У роботі наведено варіанти задач і літературні джерела для виконання завдань студентами самостійно.

Призначено для студентів інженерно-економічних спеціальностей і слухачів післядипломної освіти всіх форм навчання.

С 57 Экономико-математические модели планирования производства,
учеб. пособ. / под ред. В. А. Садовского. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2018. – 152 с.
– На рус. яз.

ISBN

В учебном пособии рассмотрены средства экономического моделирования в Microsoft Excel и практические задачи по планированию производственной деятельности предприятий согласно программе курса «Математическое моделирование в экономике и менеджменте». Пособие включает: общие теоретические положения изучаемой темы, описание экономико-математических моделей планирования и алгоритмы решения задачи, операторные инструкции решения задачи на ПЭВМ и анализ результатов их решения. В работе приведены варианты задач и литературные источники для выполнения заданий студентами самостоятельно.

Предназначено для студентов инженерно-экономических специальностей и слушателей последипломного образования всех форм обучения.

УДК 339.138

Ил. 48. Табл. 11. Библиогр. 8 наим.

© В. А. Садовский
Г. В. Семенченко
Г. Д. Гончарова
И.Н. Погорелов, 2018
© НТУ «ХПИ», 2018.

ISBN

О Г Л А В Л Е Н И Е

<u>Введение</u>	6
<u>ГЛАВА 1. Модели математического программирования</u> . . .	8
<u>1.1. Введение в моделирование экономических процессов</u> .	8
<u>1.2. Формализация моделей математического</u> <u>программирования</u>	10
<u>Контрольные вопросы</u>	12
<u>ГЛАВА 2. Электронные таблицы в моделировании</u> <u>экономических процессов</u>	13
<u>2.1. Структура диалогового окна Microsoft Excel</u>	13
<u>2.2. Настройка Excel</u>	15
<u>2.3. Управление окнами и рабочими листами</u>	18
<u>2.4. Выделение ячеек</u>	21
<u>2.5. Редактирование содержимого ячеек</u>	22
<u>2.6. Заполнение ячеек</u>	24
<u>2.7. Форматирование электронной страницы</u>	26
<u>2.8. Массивы ячеек</u>	30
<u>2.9. Поименованные ячейки</u>	34
<u>2.10. Таблицы подстановки</u>	35
<u>2.11. Мастера Excel</u>	38
<u>Контрольные вопросы</u>	40
<u>ГЛАВА 3. Надстройки Microsoft Excel</u>	41
<u>3.1. Надстройки математического программирования</u>	41
<u>3.2. Установка надстройки Поиск решения</u>	43
<u>3.3. Подготовка исходных данных</u>	44

3.4. <u>Формирование технологической матрицы</u>	48
3.5. <u>Параметры поиска решения</u>	51
3.6. <u>Результаты поиска решения</u>	57
3.7. <u>Отчеты надстройки поиска решений</u>	59
<u>Контрольные вопросы</u>	64
<u>ГЛАВА 4. Анализ моделей линейного программирования.</u>	65
4.1. <u>Модели планирования производства</u>	65
4.2. <u>Штрафные функции моделей оптимизации</u>	74
4.3. <u>Варианты моделей</u>	78
4.4. <u>Планы по вариантам моделей</u>	80
4.5. <u>Гистограммы планов по вариантам моделей</u>	83
<u>Контрольные вопросы</u>	85
<u>ГЛАВА 5. Модель оптимизации производственной программы</u>	85
5.1. <u>Общая постановка задачи</u>	85
5.2. <u>Экономико-математическая модель задачи</u>	86
5.3. <u>Условия производства конечной продукции</u>	97
5.4. <u>Условия производства полуфабрикатов</u>	98
5.5. <u>Условия удовлетворения потребности в сырье</u>	89
5.6. <u>Условия загрузки оборудования</u>	89
5.7. <u>Формализация цели задачи</u>	90
5.8. <u>Расчетные показатели задачи</u>	91
5.9. <u>Производственно-экономическая постановка задачи</u>	92
5.10. <u>Решение задачи</u>	93
5.10.1. <u>Формирование технологической матрицы.</u>	93
5.10.2. <u>Машинный алгоритм решения задачи.</u>	97
5.10.3. <u>Оформление отчета по решению задачи</u>	116
5.11. <u>Основные термины</u>	117
5.12. <u>Заключение</u>	120
5.13. <u>Варианты учебной задачи</u>	122

	<u>Контрольные вопросы</u>	122
<u>ГЛАВА 6.</u>	<u>Модель планирования технической подготовки производства</u>	124
	<u>6.1. Общая постановка задачи</u>	124
	<u>6.2. Сетевая модель и ее основные элементы</u>	125
	<u>6.3. Порядок разработки сетевой модели</u>	127
	<u>6.4. Параметры сетевой модели</u>	128
	<u>6.5. Табличный метод расчета параметров сетевой модели</u>	133
	<u>6.6. Требования, предъявляемых к учебному отчету по работе</u>	146
	<u>6.7. Типовой перечень работ по технической подготовке производства</u>	146
	<u>Контрольные вопросы</u>	147
	<u>Список литературы</u>	147

ВВЕДЕНИЕ

Приступив к изучению Microsoft Excel, вы присоединились к тем ста миллионам пользователей, которые сделали **Электронные таблицы** языком повседневного общения в менеджменте. Использование Excel произвело подлинную революцию в управлении за полвека. Данное пособие не о том, как работать в Excel. Оно посвящено тому, как с помощью Excel создавать математические модели для анализа производственных ситуаций в сфере менеджмента. Целью пособия является изучение моделей управления, основанных на **электронных таблицах**, приобретение практических навыков их создания и использования.

Так сложилось, что у менеджеров достаточно долгое время было двойственное отношение к применению моделирования в процессе принятия решений. Признавая определенные преимущества моделей, они зачастую воспринимали сам процесс моделирования как магию, которой владеют только математики, высокооплачиваемые программисты и специалисты-компьютерщики [2].

Когда моделирование поручалось специалистам, менеджер практически отстранялся от данного процесса, что, как правило, приводило к неправильному применению или отказу от использования результатов моделирования. А это, в свою очередь, вело к усилению скептических настроений в среде менеджеров относительно реальной пользы моделирования. Помимо создания стереотипных отчетов о результатах моделирования, часто последние так и оставались непрочитанными, а если и прочитанными, то полезность их использования продолжалась до первого изменения производственной ситуации. Таким образом, деньги и усилия тратились на ритуальные действия по моделированию, которые в итоге практически никак не влияли ни на деятельность менеджера, ни на организацию, для которой предназначалась

модель, поскольку эта модель никого ни чему не научила, а процесс моделирования ничего не менял в работе организации.

Применение электронных таблиц коренным образом изменило ситуацию, так как позволило менеджерам самостоятельно создавать и анализировать модели. Для создания собственных моделей им не нужны необходимые прежде аналитические способности профессиональных математиков, навыки программирования, алгоритмическое мышление и соответствующие технические знания. Непосредственное использование моделей для поддержки принятия решений не только повысило эффективность управленческих решений, но и позволило самим менеджерам глубже вникнуть в суть решаемых проблем. Обучение в процессе моделирования позволяет менеджеру сосредоточиться на основной проблеме принятия решения – определить, на какие основные вопросы нужно ответить, какие альтернативы исследовать и на что обратить особое внимание. Таким образом, ключевой составляющей успешного моделирования управленческих ситуаций с помощью Microsoft Excel является сам менеджер.

В первом разделе пособия описаны средства создания табличных моделей в Excel. Материал изложен в виде описаний отдельных процедур обработки информации, наиболее часто используемых при моделировании производственно-экономических ситуаций. Этот материал представлен таким образом, что им можно пользоваться как справочником. Чтобы выполнить какую-либо процедуру или операцию, реализуемую в Excel, необходимо найти соответствующий раздел.

Особое внимание авторами уделено надстройке Excel – SOLVER (Поиск решения). Рассмотрены тонкости представления исходных данных для решения оптимизационных задач планирования, а также установления параметров поиска оптимального решения.

В данном пособии описана система оптимизационных моделей плановых расчетов для всевозможных производственных ситуаций, с которыми сталкивается менеджер. Анализ этих моделей расширяет интуитивные

способности менеджера в принятии плановых решений. При разработке математической модели производственной ситуации уже на этапе постановки задачи он сможет оценить результативность этой модели, целесообразность ее применения.

Приобретение практических навыков в моделировании производственных ситуаций можно обеспечить на хорошо продуманных тестовых примерах. Решения оптимизационных задач методами линейного программирования предоставляют обширный материал для анализа реальных производственных ситуаций, оценки рисков и эффективности управленческих решений в реальных условиях. В рассматриваемом учебном пособии приведены типичные ситуации деятельности менеджера при оптимизации производственной программы предприятия и планировании технической подготовки производства для освоения новой техники и новых технологических процессов.

ГЛАВА 1. МОДЕЛИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1.1. Введение в моделирование экономических процессов

Математическая модель – это математическое представление реальности, приближенное описание объекта моделирования, выраженное с помощью математических символов. Моделирование – это построение моделей, предназначенных для изучения и исследования объектов, процессов или явлений их взаимодействия. Математическое моделирование появилось вместе с математикой много веков тому назад. Огромный толчок развитию математического моделирования дало появление ЭВМ.

В данном пособии рассматриваются математические модели и моделирование экономических процессов с помощью электронных таблиц Microsoft Excel. Здесь таблицы используются как инструменты для принятия управленческих решений.

Любая модель является тщательно выбранной абстракцией реальности, которая отражает представления ее создателя о причинных связях в реальном

мире. Существующие в настоящее время методы поиска решения можно разделить на три большие группы: детерминированные, стохастические и комбинированные.

В этой книге будет уделено основное внимание разработке символических детерминированных моделей производственных ситуаций. Термин **детерминированные модели** означает, что все элементы модели достоверно известны. В детерминированных моделях производственных процессов достоверно известно, сколько времени требуется на изготовление детали, какой расход материала данного профиля на изготовление детали, стоимость единицы продукции и т.п. Они достаточно удовлетворительно описывают действительность. Полученный с помощью таких моделей результат оправдывает усилия, затраченные на их создание и анализ. Поэтому детерминированные модели нашли широкое применение в анализе управленческих ситуаций с помощью электронных таблиц.

Процесс моделирования начинается с исследования ситуации. Первым этапом математического моделирования является постановка задачи, определение объекта и цели исследования, задания критериев изучения объектов и управление ими.

От менеджера требуется умение выделить основные факторы (признаки), влияющие на решение проблемы. Формализация факторов позволяет в лаконичной форме сформировать описание влияния их на производственный процесс.

На уровне предприятия ситуацию легче описать количественно, а следовательно, имеется возможность более определенно описать будущую среду реализации решения. Например, на уровне производственного цеха возникает задача составления расписания работы определенного технологического оборудования. Известно, какие изделия на нем можно изготовить, а также время и стоимость переналадки оборудования при переходе с одного вида продукции на другой. Задача модели – составить расписание,

которое позволит изготовить необходимое количество изделий в срок и минимальными затратами на переналадку оборудования.

Эта задача коренным образом меняет направление исследования в случае учета взаимозаменяемости разнотипного оборудования. Задача приобретает многовариантный характер. Такие задачи решаются особыми методами – методами математического программирования.

Ни одна модель не в состоянии полностью охватить реальность. Каждая модель является некой абстракцией, т.е. описывает только некоторые возможные взаимосвязи реального мира и лишь приближенно представляет отношения между ними. Из этого вытекает простое прагматическое правило, определяющее, когда следует использовать модели. Модель следует использовать в том случае, если с её помощью принимаются более обоснованные решения, чем без неё.

Разрабатывая и исследуя различные модели, менеджер формирует свой интуитивный потенциал. Только математика может дать объективную оценку реальным процессам. Однако математический оптимум далеко не всегда соответствует оптимуму реальных условий.

1.2. Формализация моделей математического программирования

Оптимизация – в математике, информатике и исследовании операций означает нахождение экстремума целевой функции в некоторой области векторного пространства, ограниченного набором линейных или нелинейных уравнений. Теорию и методы решения задач оптимизации изучает *математическое программирование*.

Математическое программирование – это область математики, разрабатывающая теорию, численные методы решения многовариантных задач с ограничениями. В отличие от классической математики, математическое программирование занимается математическими методами решения задач нахождения наилучших вариантов из всех возможных вариантов. Модели оптимизации классифицируются в соответствии с задачами оптимизации:

- локальные методы, которые сводятся к выбору какого-нибудь показательного экстремума целевой функции;

- глобальные методы, которые имеют дело с многоэкстремальными целевыми функциями.

При глобальном поиске основной задачи осуществляется выявление тенденций глобального поведения целевой функции.

В зависимости от природы множества параметров задачи математического программирования классифицируются как:

- задачи дискретного программирования;
- задачи целочисленного программирования;
- задачи нелинейного программирования, если ограничения или целевые функции содержат нелинейные функции и поле допустимых решений представляет собой подмножество векторного пространства;
- задачи динамического программирования, если параметры задачи изменяются во времени.

Если все ограничения и целевая функция содержит лишь линейные функции, то это – задача линейного программирования. Способ нахождения экстремума полностью определяется классом задачи.

Первым этапом формирования модели математического программирования должно стать описание словами цели задачи. В моделях оптимизации показатель эффективности, который следует оптимизировать, называется *целевой функцией*.

В задачах оптимизации плановых решений могут использоваться максимизирующие или минимизирующие целевые функции. Это могут быть экономические показатели эффективности производства – доход, прибыль, рентабельность, себестоимость и др.

Вторым этапом формирования модели является словесное формулирование расчетных переменных. Эти переменные представляют собой составляющие уравнений и неравенств ограничений. Число таких ограничений определяется числом факторов, влияющих на решение задачи. Задача

менеджера – отобрать факторы, наиболее существенно влияющие на решение задачи. К таким факторам относят перечень ресурсов, используемых в производных процессах, перечень готовой продукции и полуфабрикатов производства, перечень технологических способов изготовления продукции.

Формализация модели математического программирования – это процесс символьного обозначения всех факторов, влияющих на решение задачи. Наиболее сложный этап формализации – символьное обозначение расчетных показателей задачи. Сформулировав условия воздействия фактора на решение задачи, записывают это условие в математическом виде. Это может быть математическое уравнение или неравенство. Совокупность всех символьных записей условий воздействия факторов на решение задачи и целевая функция оптимизации задачи называется *экономико-математической моделью* решаемой задачи.

Все эти операции менеджер выполняет на бумаге. Следующим этапом моделирования является формирование таблицы численных коэффициентов, взятых из уравнений и неравенств модели задачи. Такая таблица получила название – *технологическая матрица* задачи. На этом процесс подготовки исходных данных для решения задачи заканчивается.

Следующим этапом решения оптимизационной задачи является ввод и редактирование технологической матрицы в ЭВМ. Для этих целей предусматривается использование функций Электронной таблицы Microsoft Excel, описание которой приведено в следующей главе.

Контрольные вопросы

1. Структура электронной таблицы Microsoft Excel
2. Методы поиска решений.
3. Особенности детерминированных моделей принятия решений.
4. Многовариантные модели принятия решений.
5. Модели математического программирования.
6. Экономико-математические модели производственных ситуаций.

7. Технологические матрицы исходных данных для экономико-математических моделей.

ГЛАВА 2. ЭЛЕКТРОННЫЕ ТАБЛИЦЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Структура диалогового окна Microsoft Excel

Microsoft Excel – это программный продукт, который относится к категории программного обеспечения *электронных таблиц*. Но это не единственная программа электронных таблиц для персональных компьютеров. Среди других можно назвать также SuperCalc, Lotus 1-2-3, Microsoft MultiPlan, Quattro Pro, OpenOffice.org.Calc и др. Но Excel нашел самое широкое применение для моделирования экономических процессов, в работе менеджеров производства и услуг.

Электронная таблица – это интерактивная компьютерная программа, которая состоит из набора строк и столбцов. Они отображаются на экране в специальном окне, которое можно прокручивать вверх и вниз, вправо и влево. Область, находящаяся на пересечении строк и столбцов, называется *ячейкой*.

Ячейка представляет собой элемент, который используется как для вычислительных операций, так и для документирования исходных и расчетных показателей. В ячейке может находиться число, дата, время, текст, ссылка или формула. С помощью формул можно выполнить вычисления, в которых используются значения, содержащиеся в других ячейках. Ячейки можно копировать, перемещать, а также изменять содержащиеся в них формулы. Электронную таблицу можно сохранить в файле для дальнейшего использования или переслать по почте на сайт другого пользователя. Такой файл можно сделать доступным на вашей машине для других пользователей, работая в сети. Наиболее важным достоинством электронной таблицы является то, что при изменении содержимого какой-либо ячейки, используемой в формуле, результат будет пересчитываться автоматически.

Электронная таблица является базой для импортирования информации из внешних баз данных. При этом используются такие надстройки как MS

Query, dBASE, VBA, документы HTML и др. VBA (Visual Basic for Applications) – это язык программирования с необычайно широкими возможностями обработки информации, представленной в электронных таблицах Excel.

На рис. 2.1 представлены основные элементы окон программы Excel и рабочей книги.

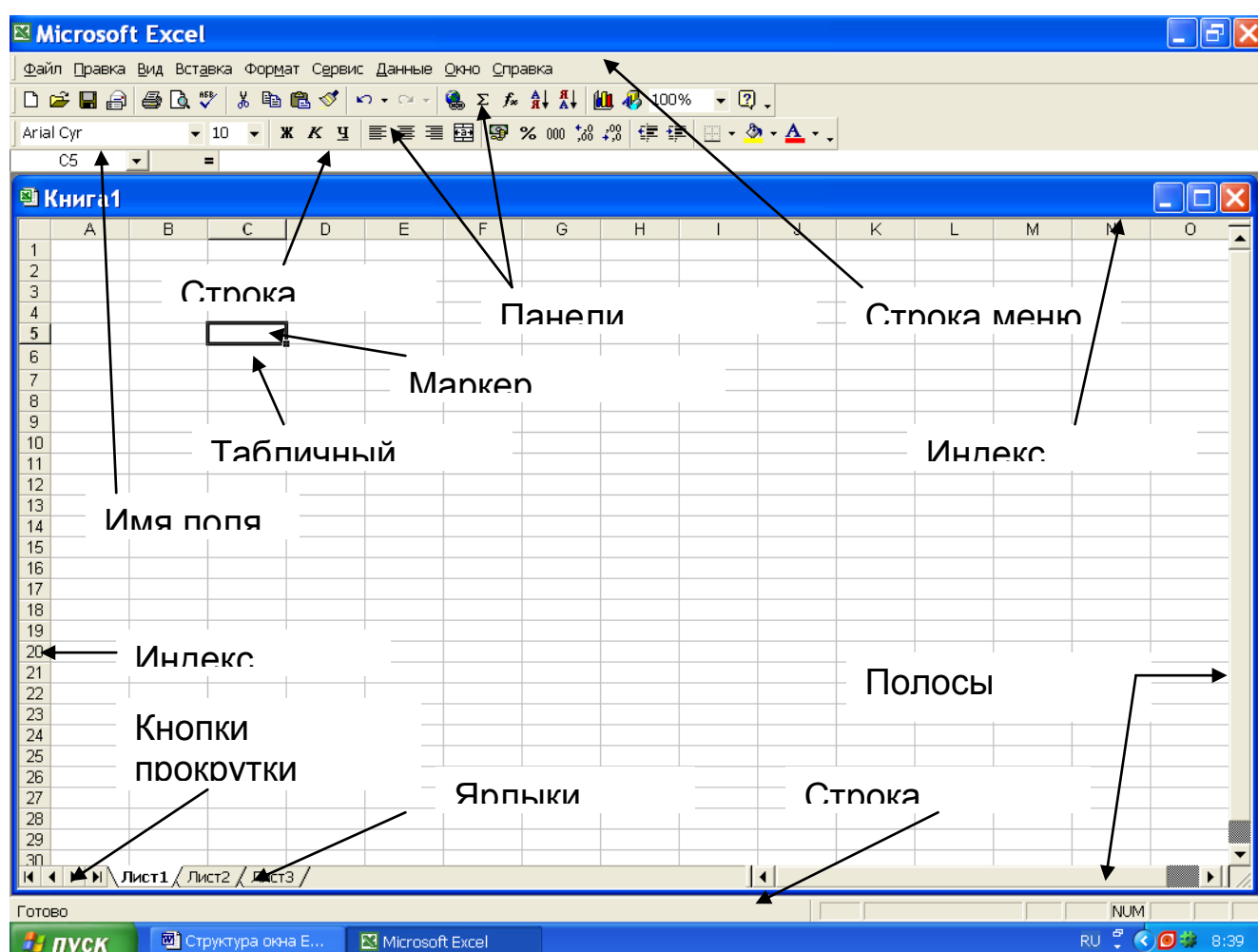


Рис. 2.1. Элементы окна Excel и окна рабочей книги

Рабочим элементом электронной таблицы является ячейка, выделяемая Табличным курсором. Размер окна ячейки регулируется разделителями индексов строк и столбцов. Поместив указатель мыши на один из разделителей индексов, а затем перетащив его, вы можете увеличить или уменьшить окно ячейки путем увеличения расстояния между строками или столбцами

(рис. 2.2. а, рис. 2.2. б). Необходимость увеличения ячейки возникает, когда в ячейке появляется «решетка» типа, показанной на рис.2.3.

	А	В	С
1			
2			
3			
4			

	А	В	С
1			
2			
3			
4			

а
б

Рис. 2.2. Разделители ячеек

	А	В	С
1			
2		#####	
3			
4			

Рис. 2.3. Переменная не помещается в ячейку

Управление заполнением ячейки производится с помощью **Маркера заполнения**. Этот маркер используется при размножении формул, значений переменных, разметки таблиц и др. Для активизации маркера заполнения необходимо указатель мыши подвести в правый нижний угол ячейки (рис. 2.4.) и, перетаскив маркер влево или вправо, вверх или вниз по диапазону ячеек, вы размножите формулу (значение переменной) в ячейках диапазона.

В	С	Д

Рис. 2.4. Маркер заполнения

2.2. Настройка Excel

Основные опции управления внешним видом окон и рабочих книг, а также самой программой Excel размещены в диалоговом окне **Параметры**, которое открывается по команде

Сервис \Rightarrow Параметры

Это диалоговое окно включает от 8 до 13 вкладок в зависимости от версии Excel. Наиболее часто используются опции вкладки **Вид** диалогового окна **Параметры**. Опции по умолчанию отражены на рис. 2.5.

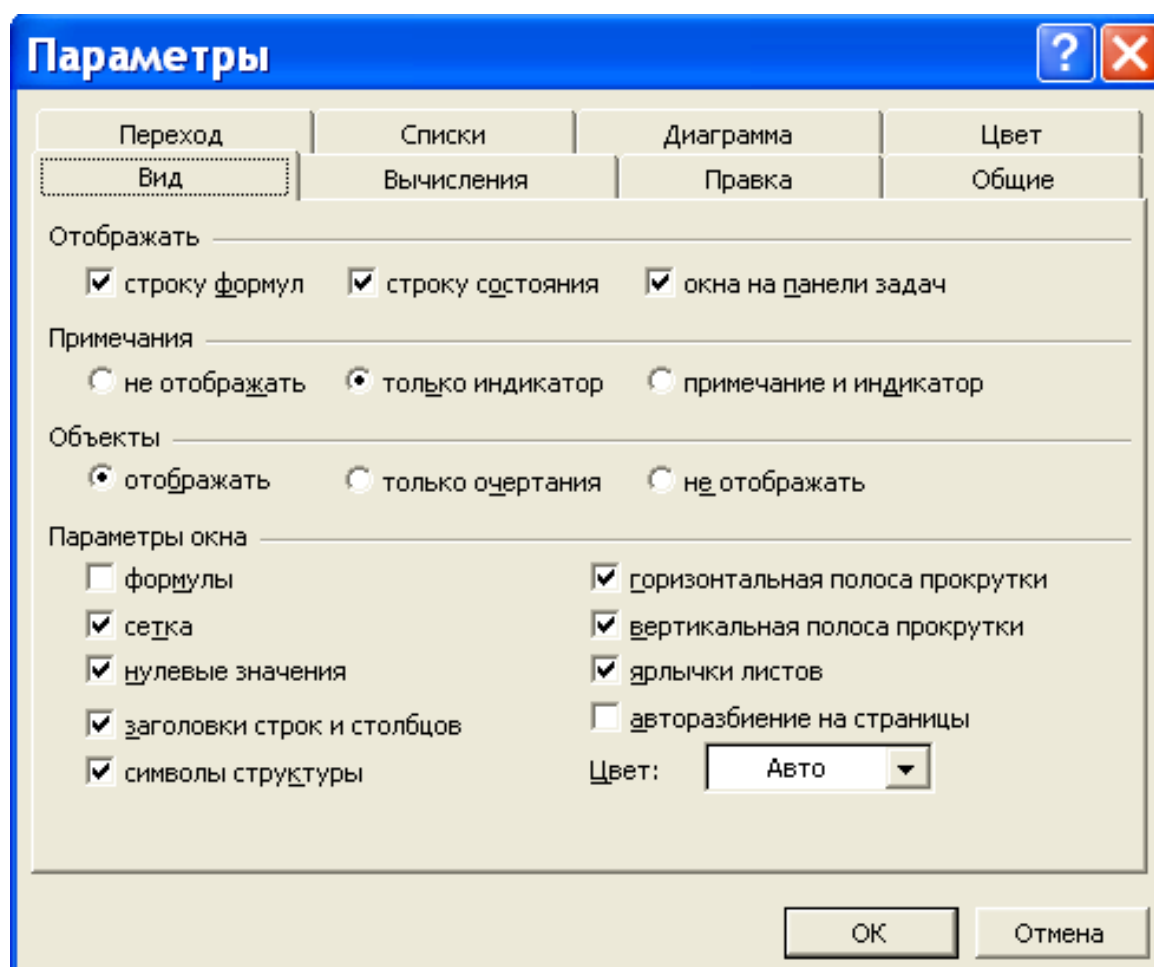


Рис.2.5. Опции вкладки **Вид** диалогового окна **Параметры**

Установка флажка **Формулы** приведет к тому, что в ячейках, содержащих формулы, вместо чисел будут отображены формулы, по которым они вычислены. Если установлен флажок или переключатель, помеченный названием элемента окна, то данный элемент будет отображен на электронной таблице.

Вкладка **Общие** диалогового окна **Параметры** (рис. 2.6) позволяет установить опции электронной таблицы при запуске программы Excel. С помощью этой вкладки можно задать рабочий каталог, который будет открываться при запуске программы, число листов открываемой книги, стиль ссылок, всплывающие подсказки и др.

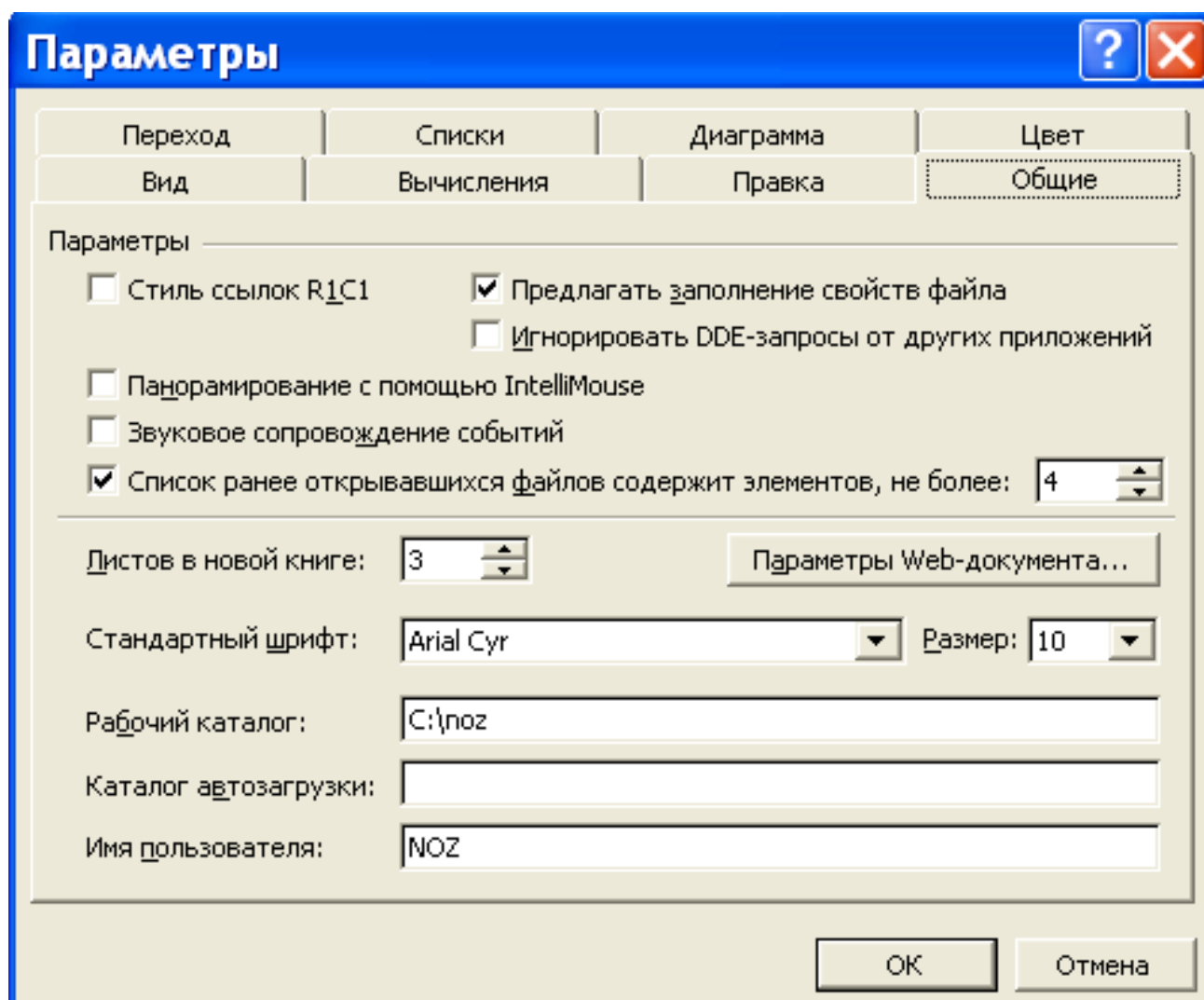


Рис. 2.6. Вкладка **Общие** диалогового окна **Параметры**

Вкладка **Переход** позволяет задать вид сохраняемых файлов Excel, клавиши возврата в меню Excel, клавиши перехода в Lotus1-2-3. Вкладки **Правка**, **Вычисления**, **Справка** и др. позволяют установить режимы редактирования и обработки данных в ячейках электронной таблицы.

2.3. Управление окнами и рабочими листами

При моделировании экономических процессов часто расчетные показатели документов не помещаются в окне рабочего листа. Приходится при анализе данных использовать прокрутку строк и столбцов. Для того чтобы закрепить заглавную или идентификационную часть документа, используются разделители окон рабочей книги или применяется закрепление областей окна.

Поместив указатель мыши на один из разделителей окна (рис. 2.7), а затем перетащив его, можно разделить лист на две области. Повторив эту процедуру для другого разделителя, можно получить еще две области. В окне рабочей книги появляются дополнительные полосы прокрутки, с помощью которых можно независимо прокручивать данные разных областей.

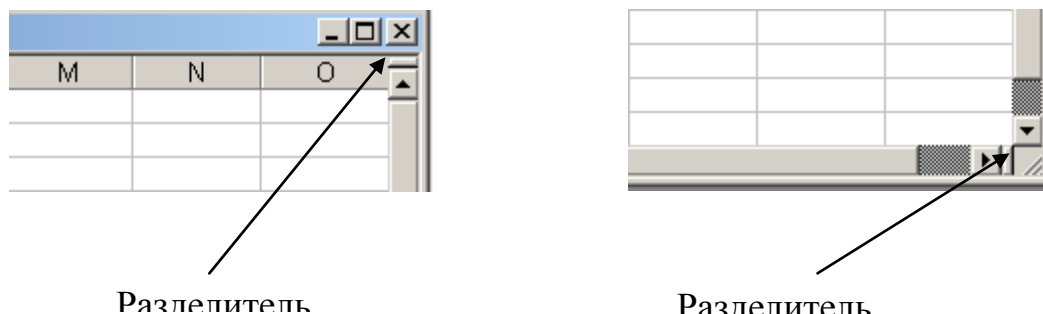


Рис. 2.7. Разделители окон

Чтобы удалить резделение окна, нужно перетащить линию раздела к границе окна или дважды левой клавишей мыши щелкнуть на ней. Разделить окно на четыре области можно также с помощью команды

Окно \Rightarrow Разделитель

В практике более часто возникает необходимость в закреплении областей рабочего листа. Чтобы закрепить заглавную и идентификационную

часть документа, необходимо активизировать левую верхнюю ячейку рабочей нефиксированной части документа (рис. 2.8.). Затем выполнить команду

Окно \Rightarrow Закрепление областей

Теперь область выше выделенной ячейки и область слева выделенной ячейки будут оставаться фиксированными при прокрутке больших таблиц рабочего листа.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Шифр підрозділу	Найменування підрозділу		Оплата праці працівників	Нарахування на заробітну плату	Канцелярські приладдя	Видатки на прання білизни	Матеріали та інвентар	Медикаменти та перев'язочні матеріали
2				1110	1120	1131	1131	1131	1132
3	5010	Адміністративно-господарча частина		292189	105776	439	19	4708	0
4	2025	Анестезіологічне відділення		301254	109057	444	178	4762	70024
5	5040	Апарат управління		451089	163299	678	7	7268	0
6	2055	Бактеріологічний відділ		115153	41687	170	24	1820	116028
7	1075	Гастроентерологічне відділення		174408	63138	300	685	3220	371048
8	3075	Гастроентерологічний кабінет		43117	15609	68	5	732	1662
9	2110	Денний стаціонар		67463	24422	99	18	1066	1385
10	3135	Ендокринологічний кабінет		21124	7647	31	7	334	39484
11	3140	Ендоскопічний кабінет		31535	11416	48	5	512	277
12	3145	Жіноча консультація		259786	94045	383	7	4106	3463

Рис. 2.8. Закрепление областей

Чтобы удалить закрепление областей, необходимо выполнить команду

Окно \Rightarrow Снять закрепление областей

Еще большие возможности по обработке больших таблиц предоставляют команды Окно \Rightarrow Новое, Окно \Rightarrow Расположить, и Окно \Rightarrow Скрыть (рис. 2.9).

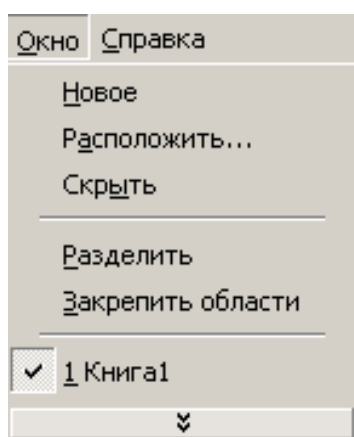


Рис.2.9. Диалоговое окно

После выполнения команды **Окно** \Rightarrow **Новое** откроется еще одно окно активной рабочей книги, с помощью которого можно работать независимо от первого окна. Оба окна отображают данные одной и той же книги. Если теперь выполнить команду **Окно** **Расположить**, откроется диалоговое окно с позициями **Рядом**, **Сверху вниз**, **Слева направо** и **Каскадом**. Выполните команду

Окно \Rightarrow **Расположить** \Rightarrow **Рядом**

Это действие приведет к тому, что в окне программы Excel будут отображены все окна, открытые в данный момент в рабочей книге, как показано на рис. 2.10.

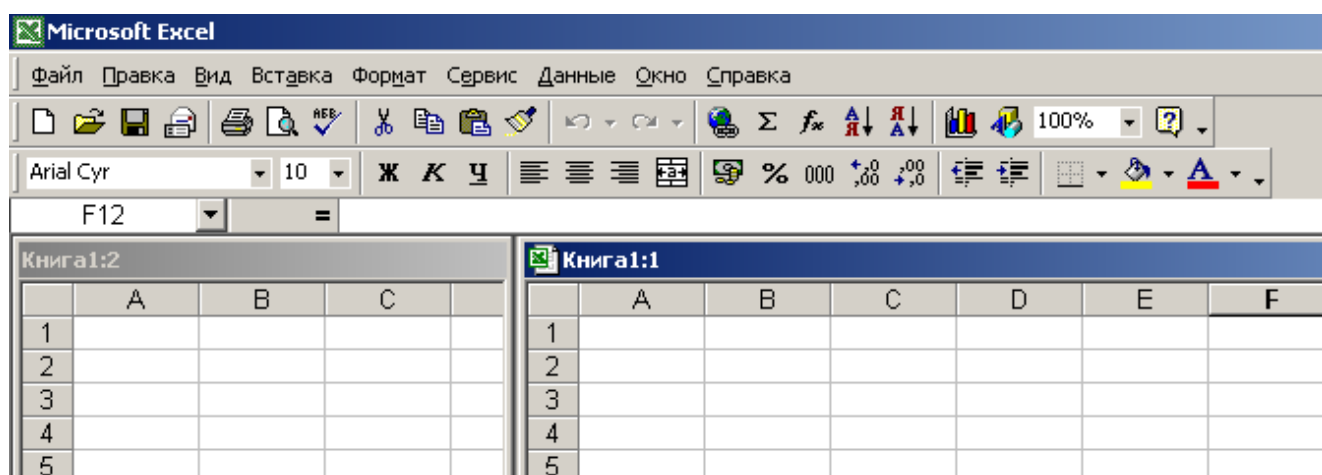


Рис. 2.10. Два окна рабочей книги, расположенные рядом

Используя несколько окон одной рабочей книги, можно одновременно видеть на экране несколько листов этой книги. Более того, каждое окно можно разделить на несколько областей. Это предоставляет широкие возможности для отображения на экране с большим объемом данных. При этом, открыв на экране несколько листов, легко вводить ссылки на исходные данные одного листа во вводимые расчетные формулы другого листа.

Если открыто много окон рабочей книги, любую из них можно скрыть, выполнив команду

Окно \Rightarrow **Скрыть**

Чтобы снова открыть скрытое окно, необходимо выполнить команду

Окно \Rightarrow Отобразить

При моделировании сложных экономических процессов часто приходится работать с большим числом рабочих листов. Так же, как и окна, можно скрывать отдельные рабочие листы. Для скрытия рабочего листа необходимо активизировать этот лист и выполнить команду

Формат \Rightarrow Лист \Rightarrow Скрыть

Активный лист рабочей книги будет скрыт. Чтобы сделать видимым скрытый лист, необходимо выполнить команду

Формат \Rightarrow Лист \Rightarrow Отобразить

Чтобы изменить название рабочего листа, необходимо левой клавишей мышки дважды щелкнуть на ярлыке листа и ввести новое имя или выполнить команду

Формат \Rightarrow Лист \Rightarrow Переименовать

2.4. Выделение ячеек

Чтобы выделить одну строку или один столбец рабочего листа, необходимо подвести курсор к заголовку строки или столбца и щелкнуть левой клавишей мыши. Для того чтобы выделить несколько строк или столбцов, необходимо перетащить указатель мыши по заголовкам этих строк или столбцов.

Чтобы выделить все ячейки активного рабочего листа, щелкните на пустой кнопке, которая находится в верхнем левом углу листа на пересечении строк заголовков листа, как показано на рис. 2.11.

	A	B	C
1			
2			
3			
4			

Рис. 2.11. Выделение всех ячеек рабочего листа

Выделение диапазона строк можно осуществить несколькими способами:

1. Щелкнуть левой клавишей на верхней левой ячейке рабочего листа и, не отпуская клавишу, протянуть курсор по диагонали на нижнюю правую ячейку диапазона.
2. Нажимая и удерживая клавишу <Shift>, указать выделяемый диапазон.
3. Нажимая клавишу <F8> , выделите нужный диапазон.

2.5. Редактирование содержимого ячеек

Чтобы ввести и отредактировать содержимое ячейки (число, текст, дата, формула и др.), необходимо подвести курсор к ячейке и щелкнуть левой клавишей мыши. Содержимое ячейки отобразится в строке формул. Переведя курсор в строку формул, содержимое ячейки можно редактировать, удалять символы с помощью клавиш <Delete> и < Backspace>, копировать, вводить новые данные. Для завершения редактирования содержимого ячейки необходимо нажать клавишу <Enter> или отмены редактирования – клавишу <Esc>.

Редактировать содержимое ячейки можно непосредственно в ячейке. Для этого необходимо активизировав ячейку, два раза щелкнуть левой клавишей мыши или нажать клавишу <F2>. Эта операция возможна при установлении флажка **Правка прямо в ячейке** во вкладке **Правка** в диалоговом окне **Параметры**.

При вводе в активную ячейку формулы, как правило, используют ссылки на другие ячейки. Различают абсолютные и относительные ссылки. Абсолютные ссылки на ячейки, применяемые в формулах, не меняются при копировании или перемещении этих формул. В абсолютных ссылках необходимо перед буквой столбца или номером строки поставить знаки доллара (\$), например, ссылка \$B\$12 является абсолютной. Если формулу с этой ссылкой переместить или скопировать из исходной ячейки в любую другую, формула в новой ячейке всегда будет указывать на ту же ячейку.

Возможно использование смешанных ссылок, в которых абсолютной является только ссылка на строку или только на столбец. Изменение характера ссылки производится с помощью клавиши <F4>. При вводе или выделении адреса ячейки в формуле путем нажатия клавиши <F4> знак доллара будет добавлен в ссылку автоматически. Повторное нажатие этой клавиши приведет к циклическому перебору всех возможных комбинаций расположения знака \$ в ссылке.

Если в формуле ссылка не содержит знака доллара, то она является относительной. В этом случае Excel запоминает ссылку на ячейку относительно той ячейки, в которой находится формула со ссылкой. При копировании ячейки с формулой, в которой используются относительные ссылки, в другую ячейку, в новой ячейке ссылки будут изменены. Они будут соответствовать относительному смещению, по адресу новой ячейки.

Операция Копировать осуществляется с помощью команд

Правка \Rightarrow Копировать

или комбинации клавиш <Ctrl + C>. Содержимое и формат ячейки или диапазона ячеек перемещается в буфер обмена, для последующей вставки в какое-либо другое место рабочего листа.

Если подвести курсор мыши к рамке выделенной ячейки или диапазона ячеек, а затем перетащить ее в другое место, то содержимое выделенных ячеек будет перемещено на новое место. Ссылки в формулах перетаскиваемых ячеек не изменяются. Если нажать и удерживать кнопку <Ctrl>, то выделенные данные будут скопированы и перетасканы на новое место. При нажатии и удерживании кнопки <Shift>, выполняется операция вставки содержимого выделенных ячеек со смещением соседних ячеек на новом месте.

Иногда фрагмент активного листа удобно представить как рисунок. Чтобы скопировать и затем вставить любой объект Excel как рисунок, используется команда Копировать рисунок. Для этого необходимо выделить диапазон ячеек, который нужно скопировать, затем, нажав и удерживая клавишу <Shift>, выполнить команду

Правка \Rightarrow Копировать рисунок

После этого на экране появится диалоговое окно Копировать рисунок, как на рис. 2.12.

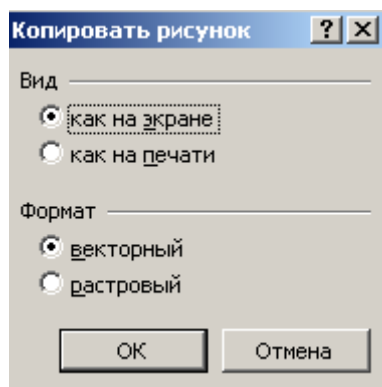


Рис. 2.12. Диалоговое окно Копировать рисунок

Если установлено переключение – Вид как на экране, то после вставки рисунка через буфер обмена будет получено такое же изображение объекта или диапазона ячеек, как и то, что вы видите в данный момент на экране. Если щелкнуть правой кнопкой мыши на любом объекте окна Excel, то откроется меню, содержащее команды, относящиеся к этому объекту.

2.6. Заполнение ячеек

При формировании документов часто возникает необходимость заполнить диапазон ячеек некоторыми данными (формулами, числами, датами, текстом и др.). Для заполнения диапазона ячеек данными необходимо в первую ячейку диапазона внести начальное значение диапазона, выделить этот диапазон и выполнить команду

Правка \Rightarrow Заполнение.

На экран будет выведено диалоговое окно, показанное на рис. 2.13.

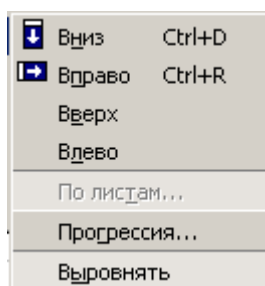
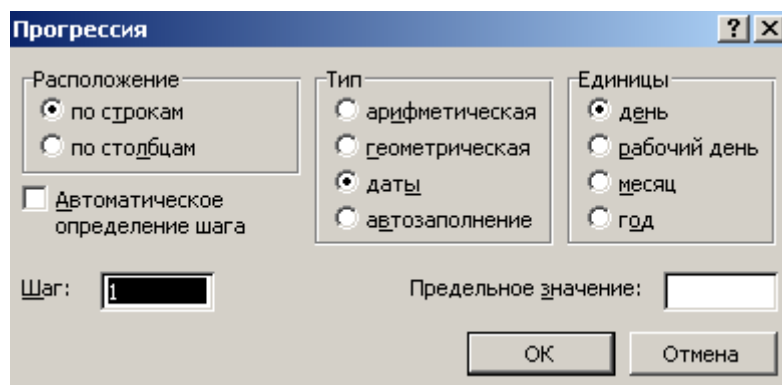


Рис. 2.13. Диалоговое окно **Заполнение**

В результате выбора направления заполнения все пустые ячейки из выделенного диапазона будут заполнены. При размещении ссылки в ячейки диапазона будут помещены относительные ссылки.

При выборе позиции **Прогрессия** на экран будет выведено новое диалоговое окно, как на рис. 2.14.

Рис. 2.14. Диалоговое окно **Прогрессия**

Это диалоговое окно используется для создания числовых последовательностей и последовательностей, состоящих из дат и ссылок. Для этого необходимо выделить ячейку, с которой будет начинаться прогрессия, и в нее внести первое значение создаваемой последовательности. Затем в диалоговом окне необходимо указать расположение последовательности, тип прогрессии, тип даты, шаг прогрессии, предельное значение прогрессии и выполнить команду **ОК**.

Если предельное значение умалчивается, данные прогрессии записываются в ячейки предварительно выделенного диапазона.

Иногда удобно использовать автозаполнение диапазона. Для этого необходимо выделить одну или несколько ячеек, которые содержат первые элементы какого-то ряда данных, выделите эти ячейки и поместите указатель на маркер заполнения в правом нижнем углу выделенной области (указатель принимает форму маленького черного крестика) и, нажав левую кнопку мыши, перетащите указатель вправо, чтобы заполнить ячейки, расположенные справа. Если в выделенных первоначально ячейках содержится числовое значение или

стандартная последовательность текстовых записей, то Excel продолжит эту последовательность на все выделенные ячейки. Автозаполнение можно применить как к строке, так и к столбцу рабочего листа, при этом маркер заполнения будет находиться возле последней ячейки строки или столбца.

2.7. Форматирование Электронной таблицы

В экономическом моделировании существенное место занимает документирование исходных и расчетных данных. Программный комплекс Excel обладает мощными средствами формирования документов. Реализуются они гибкой системой форматирования как отдельных ячеек, так и их диапазонов.

Изменение высоты строк можно осуществить тремя способами. Одним из них является выполнение команды

Формат \Rightarrow Строка \Rightarrow Высота

Этой командой вызывается диалоговое окно, представленное на рис. 2.15.

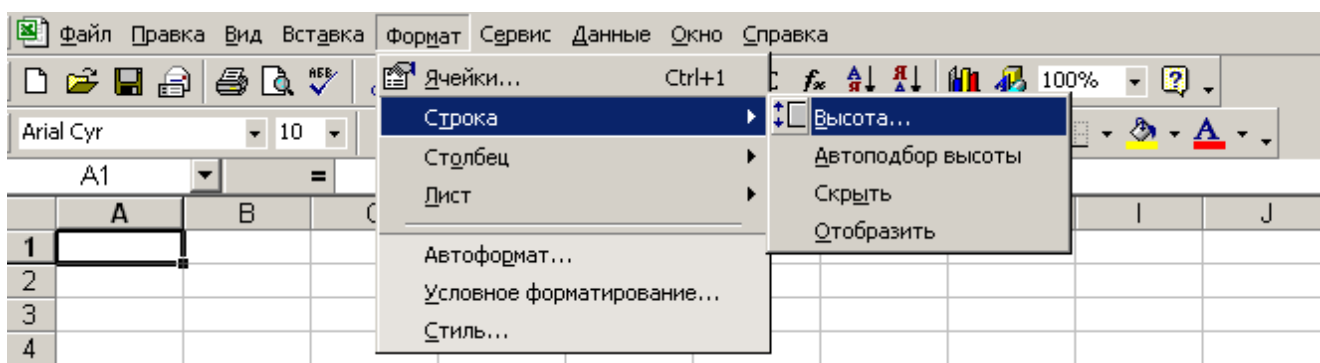


Рис. 2.15. Диалоговое окно Строка

С помощью этого окна можно установить высоту строки, автоматически подобрать высоту в соответствии с содержимым ячеек данной строки, скрыть или отобразить выделенную строку. Эту же операцию можно выполнить, установив указатель мыши на нижний границе заголовка строки, и, нажав левую клавишу мыши, перетащить нижнюю границу вверх или вниз, изменяя тем самым высоту строки. При изменении высоты строки изменяется

расстояние между строками. Если, установив указатель мыши на нижний границе заголовка строки, два раза щелкнуть левой клавишей мыши, то будет автоматически установлена высота строки в соответствии с содержимым ячеек данной строки или выделенного диапазона строк.

Подобным образом регулируется ширина столбцов активного листа Excel. Для установления ширины столбца (графы документа) необходимо выполнить команду

Форма \Rightarrow Столбец \Rightarrow Ширина

По этой команде вызывается диалоговое окно, как на рис. 2.16.

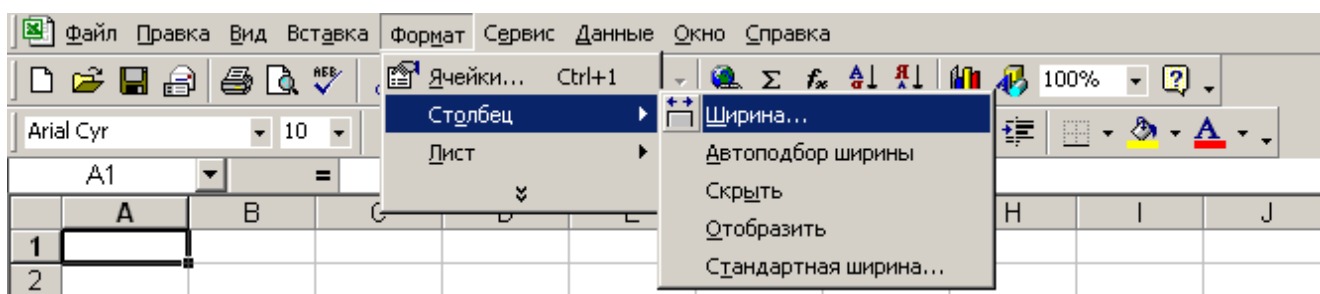


Рис. 2.16. Диалоговое окно Столбец

Выбирая позиции этого окна, можно установить ширину столбца, автоподбором ширины в соответствии с содержимым ячеек данного столбца скрыть или отобразить выделенный столбец, установить стандартную ширину столбца. Ширину столбца можно установить, подведя указатель мыши к правой границе заголовка столбца, и, нажав левую клавишу мыши, перетащить границу столбца влево или вправо, изменяя тем самым ширину столбца. Изменяя ширину столбца, мы изменяем расстояние между графами документа. Двойным щелчком мыши на правой границе заголовка столбцов автоматически устанавливаете ширину ячейки данного столбца или выделенного диапазона столбцов в соответствии с содержимым ячеек этого диапазона столбцов.

Диалоговое окно **Форма ячеек** (см. рис. 2.17) предоставляет широкие возможности по документированию вводимых для машинной обработки данных и данных выходных документов в Excel. С помощью этого окна

устанавливаются числовые форматы ячейки, выравнивания данных в ячейке, шрифты вводимых данных, форматы таблиц для размещения содержательной части документа, цветовая гамма документа и параметры его защиты. Для подготовки документа по вводу исходных данных необходимо форматировать ячейки в соответствии с характером вводимых данных.

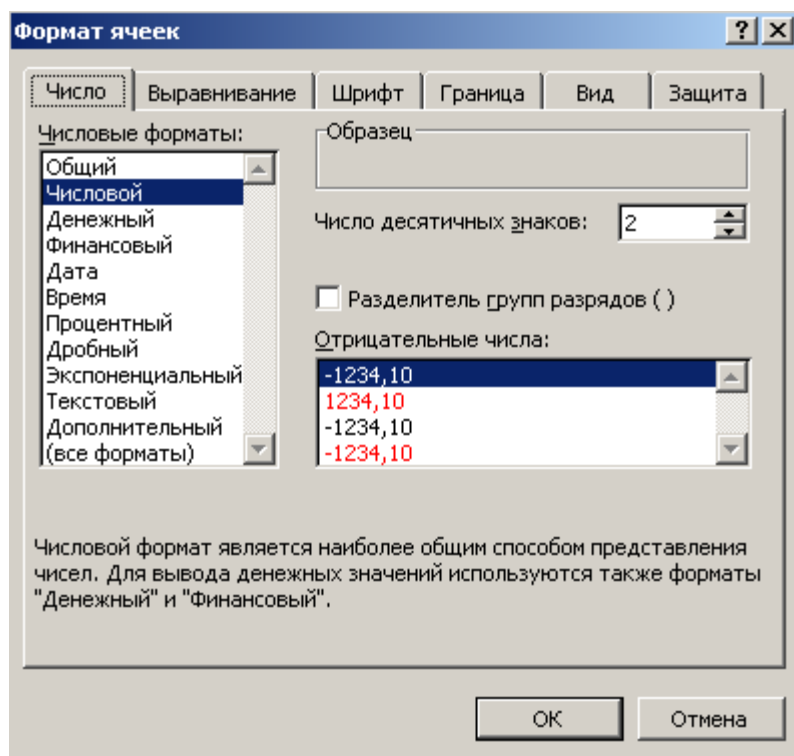


Рис. 2.17. Диалоговое окно Формат ячеек

Для числовых данных ячейки документа должны иметь формат **Числовой** с указанием количества десятичных знаков после запятой, для текстовой информации ячейки должны иметь формат **Текстовый**, для временных показателей используются ячейки в формате **Дата** или **Время** и т.д. При выборе позиции **Все форматы** можно увидеть, как выбранная ячейка будет выглядеть после применения формата. Представляется набор форматов для форматирования различных типов данных. Если в ячейке применить формат «;»», то содержимое ячейки будет скрыто.

Для редактирования реквизитной части документов необходимо использовать заставку **Выравнивание**. Диалоговое окно **Выравнивание**

представлено на рис. 2.18. С помощью этого окна можно задать тип выравнивания заголовков по вертикали или горизонтали, центрировать данные в ячейке, устанавливать режим переноса текста по словам, объединять ячейки по строкам или столбцам, выравнивать ячейки по ширине. Также можно располагать текст в ячейках вертикально или под заданным углом.

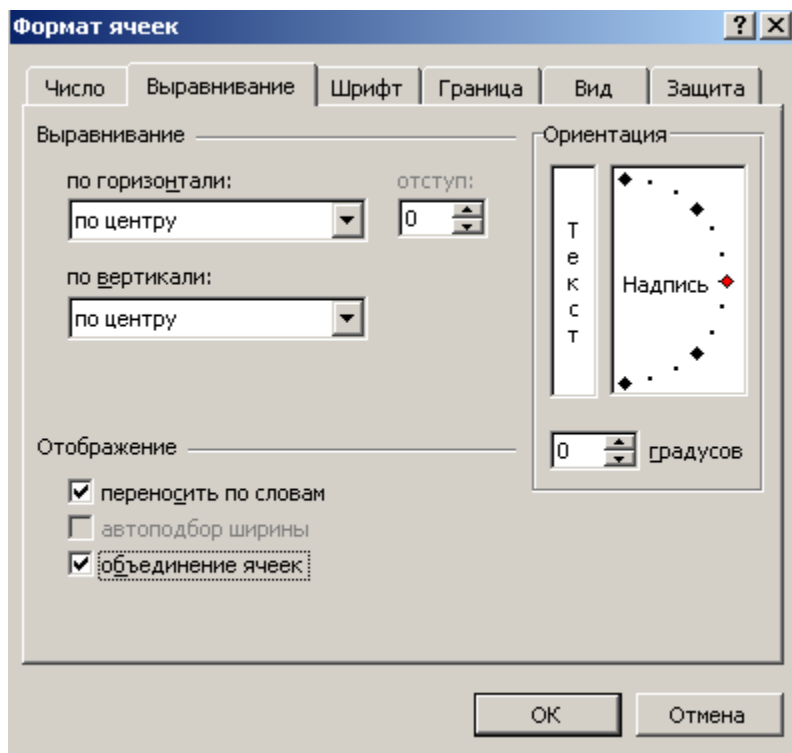


Рис. 2.18. Диалоговое окно Выравнивание

Для формирования содержательной части документа (таблицы документа) используется заставка **Граница**. Диалоговое окно заставки **Граница** представлено на рис. 2.19.

С помощью этого окна можно построить таблицу документа для внесения данных, подлежащих машинной обработке. Таблица документа, как правило, включает заглавную часть (наименования граф документа), идентификационную часть (идентификаторы строк) и содержательную часть.

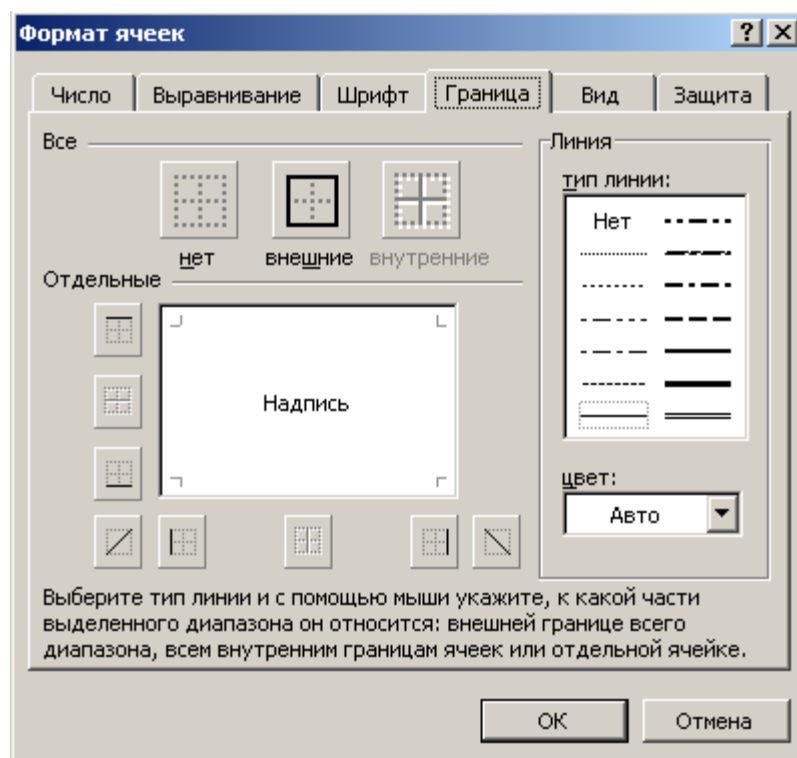


Рис. 2.19. Диалоговое окно Граница

Следует помнить, что при выводе на печать данных разметочная сетка Excel не печатается. Сетку документа необходимо формировать с помощью диалогового окна **Граница** или кнопок панели инструментов форматирования электронных таблиц, отображенных на рис. 2.20.

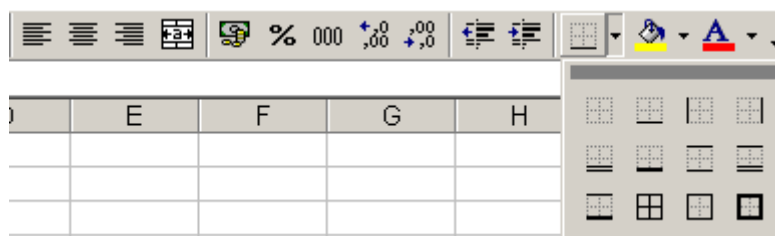


Рис. 2.20. Инструменты форматирования

2.8. Массивы ячеек

В Excel массивом называется прямоугольный диапазон смежных ячеек на рабочем листе. Массив записывается следующим образом: адрес верхней левой ячейки, двоеточие, после чего идет адрес нижней правой ячейки. Например, A2:B4 обозначает массив, состоящий из ячеек A2, A3, A4, B2, B3, B4. Многие функции Excel в качестве входных аргументов используют массивы. Результатом вычислений может быть число, размещенное в одной ячейке, или массив, размещенный в диапазоне ячеек. Например, функция =СУММ (A2:B4) суммирует значения всех ячеек в диапазоне A2:B4 и записывает результат в ячейку, где размещена эта формула. Такая функция называется функцией ячейки. К таким функциям относится и часто используемая функция = СУММПРОИЗВ(массив1; массив2; . . .). Здесь массив1 и массив2 – массивы, соответствующие ячейки которых перемножаются. Результаты суммирования записываются в ячейку, в которой размещена ссылка на эту функцию.

Итак, функции могут иметь в качестве аргументов массивы. Но если элементы массива представляют собой некоторые математические выражения (например, сумма квадратов значений в ячейках массива), такие функции не будут работать. Excel вернет ошибку типа #ЗНАЧ!, поскольку промежуточная операция возведения в степень не разрешена для аргументов массива. Но если объявить эту формулу как функцию массива, то такая конструкция будет правильной. С помощью функций массивов можно работать с массивами, как с простыми одиночными значениями.

Чтобы указать, что данная формула является функцией массива, надо ввести функцию обычным образом и по окончании ввода выполнить команду <Ctrl+Shift+Enter>. Excel автоматически добавит фигурные скобки вокруг формулы – это наглядное отличие функции массива от обычной функции. Таким образом, завершив создание или редактирование функции массива, вы должны нажать комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter>.

В рассмотренном примере результат вычисления функции массива записывается в одну ячейку. Однако функции массива необходимо


использовать для вычисления не одного, а целого массива значений. Обычно результат вычисления функции массива можно получить, копируя одну формулу во все ячейки массива, но функции массива требуют меньше памяти, вычисляются быстрее, а также их проще использовать, особенно в сложных формулах.

Для ввода функции массива в диапазон ячеек необходимо:

- выделить диапазон ячеек, каждая ячейка из которого получит одно значение из вычисляемого массива результатов;
- ввести формулу;
- нажать комбинацию клавиш **<Ctrl+Shift+Enter>**, чтобы указать, что введенная формула является функцией массива.

Например, необходимо сложить значения ячеек из двух одинаковых по размеру диапазонов A5:D5 и E1:E4. Один диапазон представлен как строка (A5:D5), другой – в виде столбца (E1:E4). Чтобы вычислить сумму значений ячеек этих диапазонов и записать результаты вычислений в диапазон A6:D6, необходимо выделить этот диапазон, ввести в ячейку A6 формулу

= A5:D5+ТРАНСП(E1:E4).

Чтобы вызвать функцию Транспонирование, необходимо нажать кнопку  на панели инструментов. На экран будет вызвано диалоговое окно мастера функций, внешний вид которого представленный на рис. 2.21.

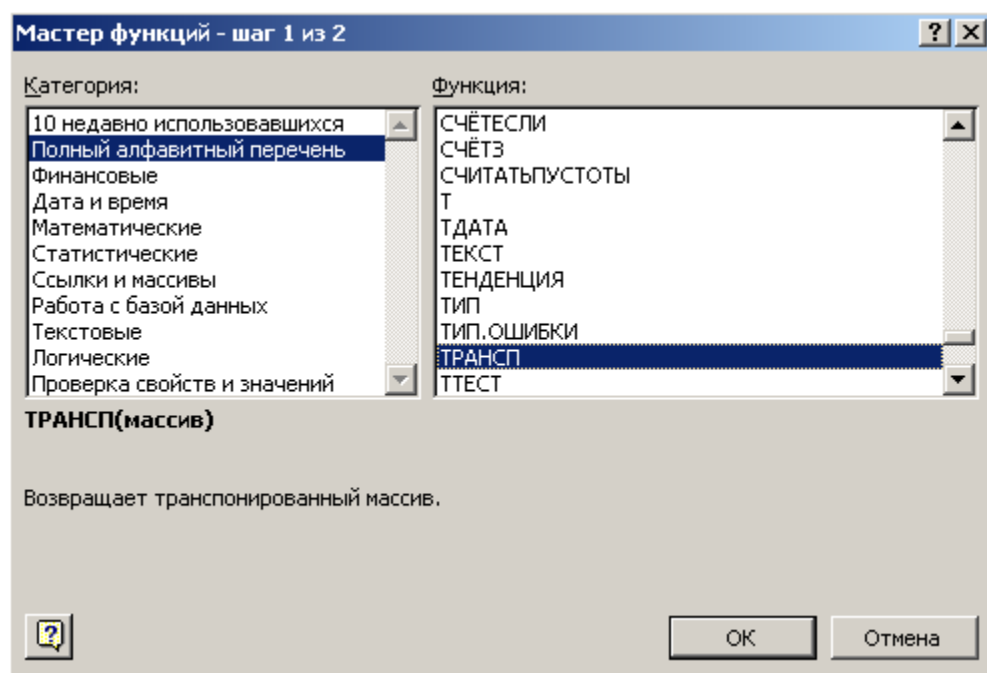


Рис. 2.21. Диалоговое окно Мастер функций

В окне **Функция** выделить функцию **ТРАНСП()** и ввести в качестве аргумента диапазон **E1:E4**.

По окончании ввода формулы нажать комбинацию клавиш **<Ctrl+Shift+Enter>**. Во всех выделенных ячейках будет вычислен результат, как показано на рис. 2.22.

А6		= {=A5:D5+ТРАНСП(E1:E4)}				
	A	B	C	D	E	F
1					24	
2					32	
3					45	
4					52	
5	12	16	22	24		
6	36	48	67	76		

Рис. 2.22. Результат, вычисленный с помощью функции массива

При моделировании экономических процессов часто приходится обрабатывать табличные массивы. Эффективным средством обработки массивов является функция **ВПР**. При расчете параметров сетевой модели необходимо в крайнем слева столбце массива найти значение, совпадающее с заданным, и вернуть значение из указанного столбца массива и той строки, где найдено совпадение. Как раз такую операцию выполняет функция **ВПР**. Функция имеет следующий синтаксис:

ВПР(искемое_значение; таблица; номер_столбца; просмотр),

где **искемое_значение** – вводимое значение; **таблица** – массив данных; **номер_столбца** – номер столбца, из которого будет возвращено значение; **просмотр** – необязательный логический аргумент: если введено значение **ЛОЖЬ**, то аргумент **искемое_значение** должно точно соответствовать значению из первого столбца массива; если значение аргумента **просмотр** не определено, то по умолчанию оно считается равным **ИСТИНА** – это значит, что

точного соответствия не требуется. В этом случае значения в первом столбце массива должны быть упорядочены по возрастанию.

2.9. Поименованные ячейки

При разработке моделей в формализованных условиях удобно использовать ссылки не на ячейки или диапазоны ячеек, а на названия используемых показателей. Для этого используют операцию присвоения переменным и константам имен. Поименованная ячейка или диапазон ячеек используется как абсолютный адрес. Имена в рабочей книге глобальны. Каждое имя содержит имя рабочего листа. Поэтому в формулах можно использовать имена для ссылок на ячейки, которые содержатся в других рабочих листах.

Чтобы присвоить ячейке или диапазону ячеек имя, необходимо сначала их видеть, а затем выполнить команду

Вставить \Rightarrow Имя \Rightarrow Присвоить

Откроется диалоговое окно **Присвоение имени**, как на рис. 2.23. Введите имя ячейки или выделенного диапазона ячеек в текстовом поле **Имя**. В именах не разрешается использовать пробелы и разделительные знаки. Такие символы заменяются символом подчеркивания. Если рядом с ячейкой, которой вы собираетесь присвоить имя, выше или слева имеются ячейки с текстом, Excel по умолчанию занесет в поле **Имя** этот текст. Это очень удобно при документировании модели.

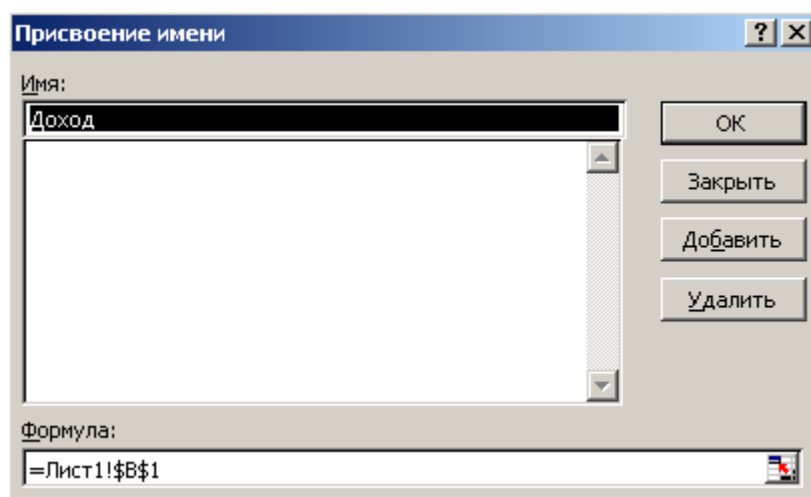


Рис. 2.23. Диалоговое окно Присвоение имени

Операторы часто используют для присвоения имен другой способ. Имя можно присвоить через поле **Имя**, расположенное в строке формул. Необходимо выделить ячейку или диапазон ячеек, подвести курсор к полю **Имя**, щелкнуть левой клавишей мыши и ввести имя прямо в поле **Имя**, как показано на рис. 2.24. Затем выполнить команду <Enter>.

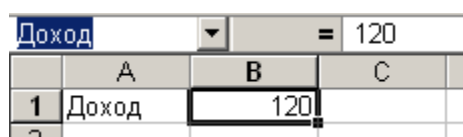


Рис. 2.24. Использование поля **Имя**

Для документирования модели можно вставить в рабочий лист список всех определенных имен, а также ссылки на ячейки, которым эти имена присвоены. Для этого на рабочем листе выделите пустое поле и выполните команду

Вставки \Rightarrow **Имя** \Rightarrow **Вставить**

В появившемся диалоговом окне **Вставка имени** щелкнуть на кнопке **Все имена**. В результате список со всеми определенными именами ячеек и диапазонов ячеек будет вставлен в активный рабочий лист.

2.10. Таблицы подстановки

При моделировании экономических процессов часто возникает необходимость исследовать функции. Мастер диаграмм позволяет построить графики или диаграммы, наглядно показывающие зависимость одних переменных при изменении других. Но мастер диаграмм требует представление исходных данных в виде таблиц. Excel предоставляет такую возможность, используя оператор **Таблица подстановки**. Этот оператор позволяет исследовать функции при изменении одного или двух параметров. Положим,

мы хотим исследовать функцию в зависимости от индекса инфляции и расчетного периода,

$$q_t = \frac{C_t}{(1+r)^t}, \quad (1.1)$$

где q_t – приведенная цена;

C_t – цена заданного периода;

r – индекс инфляции;

t – расчетный период.

Исходные данные и расчетная формула приведены на рис. 2.25.

	B5	=	=B2/(1+B3/100)^B4		
	A	B	C	D	
1	Задача				
2	Цена	100			
3	Инфляция	10			
4	Год	4			
5	Приведенная цена	68,30			

Рис. 2.25. Исходные данные и решение задачи

Для исследования этой функции используем оператор Таблица подстановки. Сначала необходимо сформировать таблицу в виде матрицы, где по строкам будут заданы расчетные периоды в годах, а по столбцам – индексы инфляции в процентах. Внешний вид исходной таблицы представлен на рис. 2.26. В ячейки диапазона E7:I7 необходимо внести значения индексов инфляции, в ячейки диапазона D8:D12 – значения расчетных периодов.

В ячейку D7 (пересечение строк с заголовками столбцов и заголовками строк) необходимо внести ссылку на расчетную формулу из основной задачи (= B5). Затем выделить содержательную часть таблицы и выполнить команду

Данные \Longrightarrow Таблица подстановки

На экран будет выведено диалоговое окно Таблица подстановки, вид которого представлен на рис. 2.27.

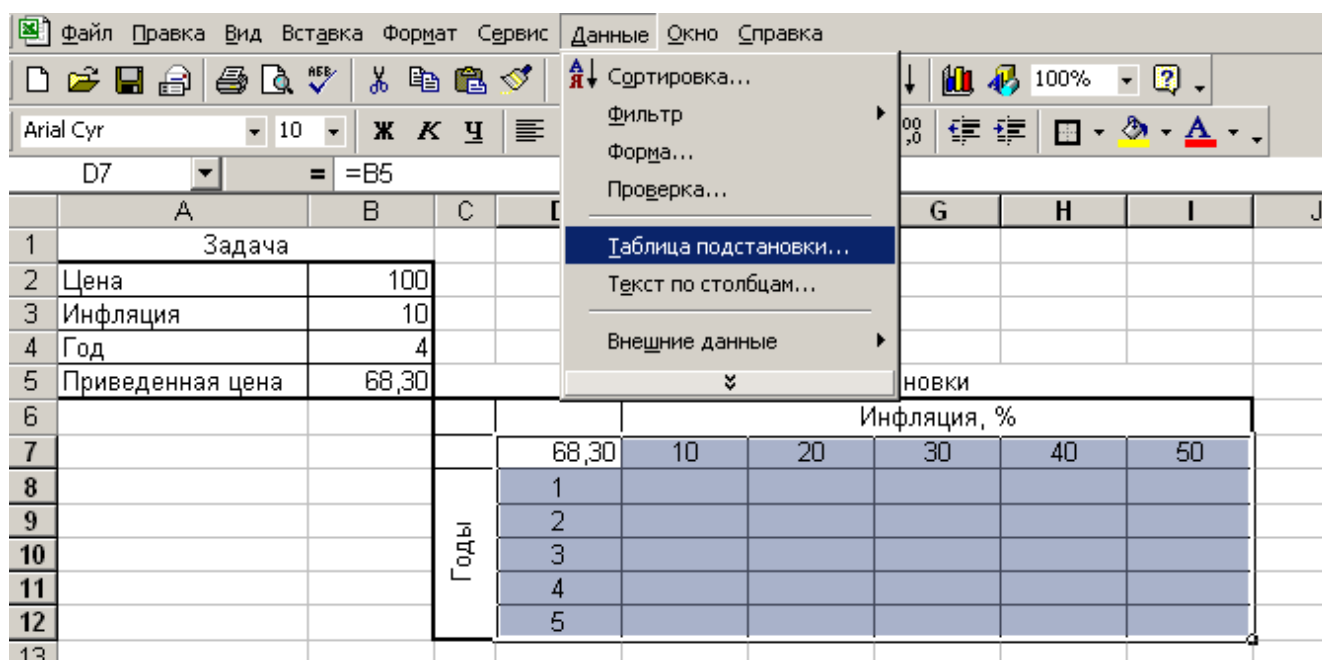


Рис. 2.26. Заготовка таблицы подстановки

В окно Подставить значения по столбцам в необходимо внести ссылку на ячейку исходных данных задачи (инфляция), т.е. ячейку В3. Эта ссылка должна быть включена в формулу, внесенную в ячейку В5. В окно Подставить значения необходимо внести ссылку на ячейку исходных данных задачи (год), т.е. ячейку В4. Эта ссылка должна фигурировать в формуле ячейки В5.

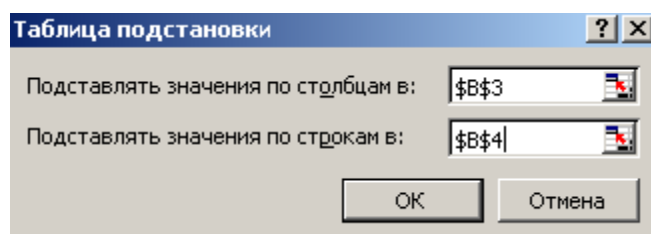


Рис. 2.27. Диалоговое окно Таблица подставки

По команде ОК будут рассчитаны приведенные цены по годам для каждого индекса инфляции. Результаты расчета представлены на рис. 2.28.

Оператор **Таблица подстановки** можно использовать для исследования сразу несколько функций, но при изменении одного аргумента. Для этого в заглавной части таблицы необходимо сделать ссылки на ячейки, где помещены расчетные формулы в исходной задаче.

D7		=	=B5							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Задача									
2	Цена	100								
3	Инфляция	10								
4	Год	4								
5	Приведенная цена	68,30	Таблица подстановки							
6				Инфляция, %						
7				68,30	10	20	30	40	50	
8			Годы	1	90,91	83,33	76,92	71,43	66,67	
9				2	82,64	69,44	59,17	51,02	44,44	
10				3	75,13	57,87	45,52	36,44	29,63	
11				4	68,30	48,23	35,01	26,03	19,75	
12				5	62,09	40,19	26,93	18,59	13,17	
13										

Рис. 2.28. Результаты работы оператора **Таблица постановки**

2.11. Мастера Excel

Наилучшим способом исследования моделей является анализ диаграмм. Создание диаграмм в **Excel** производится с помощью мастера диаграмм, стартовое диалоговое окно которого показано на рис. 2.29.

Построение графика или диаграммы производится в четыре этапа с помощью четырех диалоговых окон. Для построения диаграммы необходимо ввести ссылку на таблицу исходных данных, вид диаграммы, название диаграммы, название осей ординат, легенду диаграммы и др. параметры. Мастер диаграмм включает мощную справочную систему. При возникновении затруднений необходимо щелкнуть на кнопке **Справка**, чтобы получить дополнительную информацию о каждом диалоговом окне.

При моделировании экономических процессов часто возникает необходимость транспортирования информации из **Excel** в другие надстройки **Office** и наоборот. Для этого используются мастера текстов, сортировки, отображения и проверки формул, вставки и др.

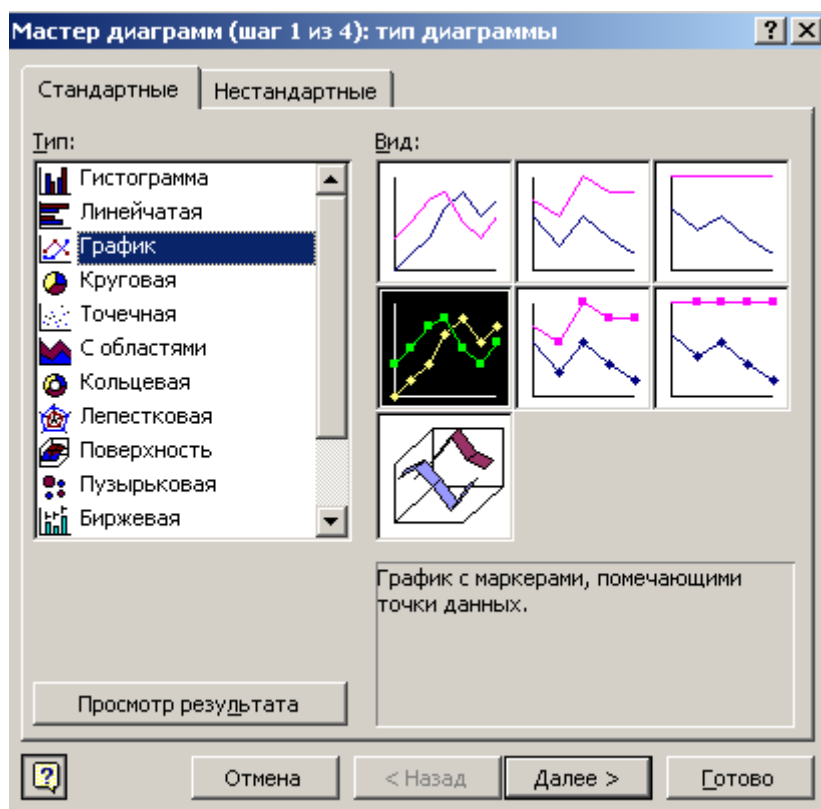


Рис. 2.29. Диалоговое окно Мастера диаграмм

Эффективным инструментом анализа данных является операция **Специальная вставка**. Команда **Правка** \Rightarrow **Специальная вставка** позволяет выбрать способ вставки скопированных данных. Например, можно вставить только формулы, только значения или формат и т.д. Можно также указать арифметическую операцию, которую при вставке следует произвести между содержимым буфера обмена и содержимым ячейки, куда вставляется скопированный диапазон. Для этого в диалоговом окне **Специальная вставка** (рис. 2.30) следует установить нужный переключатель в секции **Операция**.

Если в диалоговом окне **Специальная вставка** установить флажок **Транспонировать**, то в результате строки копируемого диапазона будут вставлены как столбцы, а столбцы как строки. Если щелкнуть на кнопке **Вставить связь**, то вставленный диапазон будет связан с первоначально копируемыми ячейками. Изменения, внесенные в эти ячейки, также отразятся во вставленных ячейках.

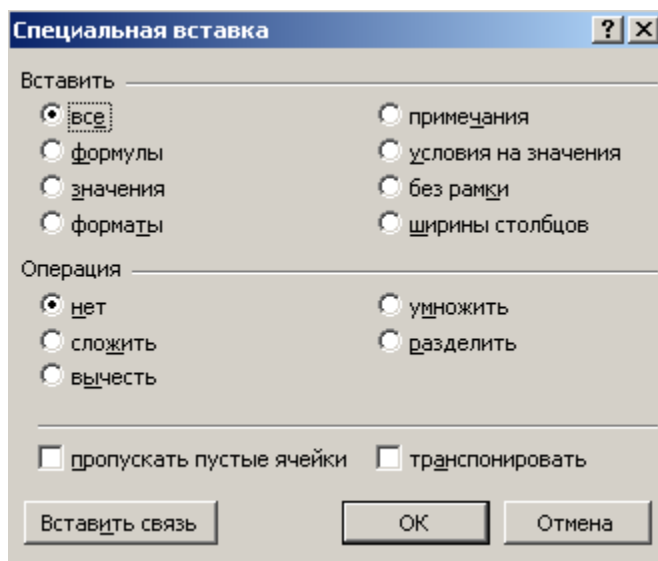


Рис. 2.30. Диалоговое окно Специальная вставка

Если в буфере обмена содержатся данные, которые были выделены или скопированы в Microsoft Word или аналогичном приложении, то в Excel диалоговое окно **Специальная вставка** изменится в соответствии с данными, которые содержатся в буфере обмена. Активизировав переключатель **Связь**, устанавливается активная связь между первоисточником и скопированным фрагментом. Редактируя первоисточник средствами Word, вставленные данные также будут редактироваться.

Контрольные вопросы

1. Основные элементы электронной таблицы **Excel**.
2. Разделители ячеек.
3. Маркеры заполнения ячеек.
4. Основные параметры электронной таблицы.
5. Операции по управлению рабочими листами.
6. Выделение ячеек.
7. Редактирование содержания рабочих листов.
8. Заполнение ячеек рабочего листа.
9. Форматирование ячеек рабочего листа.

10. Свойства массивов ячеек.
11. Основные функции рабочего листа.
12. Поименованные ячейки рабочего листа.
13. Таблицы подстановки рабочего листа.
14. Основные мастера **Excel**.

ГЛАВА 3. НАДСТРОЙКИ MICROSOFT EXCEL

3.1. Надстройки математического программирования

Оптимизация – в математике, информатике и исследовании операций задача нахождения экстремума (максимума или минимума) целевой функции в некоторой области конечного векторного пространства, ограниченной набором линейных равенств или неравенств. Теорию и методы решения задачи оптимизации изучает **математическое программирование**.

Оптимизация при наличии ограничений в модели является самым общим типом задач оптимизации. При использовании в моделях ограничений специального вида или при их отсутствии задачи относятся к специальным типам. Они могут решаться как задачи линейного, так и нелинейного программирования.

Задачи линейного программирования были первыми подробно изучены при решении задач поиска экстремума функций при наличии ограничений типа неравенств. Джордж Данциг в 1947 году предложил метод направленного перебора смежных вершин в направлении возрастания целевой функции – **симплекс-метод**, ставшей основой при решении задач линейного программирования (планирования).

Большой вклад в теорию линейного программирования внес Л. В. Канторович, академик, лауреат Нобелевской премии (1975). Первые машинные программные комплексы для решения оптимизационных задач были созданы еще в 60-е годы прошлого века. В таких фирмах, как IBM (США), для решения оптимизационных задач был разработан программный комплекс LPS,

в ФРГ, фирмой SIMENS – программный комплекс MPS. В разработке программных комплексов участвовали коллективы из лучших математиков и программистов всего мира. Позже, с появлением персональной вычислительной техники, компания Frontline Systems адаптировала несколько версий программного комплекса поиска решений Solver для фирмы Microsoft. Одна из этих версий сегодня поставляется как надстройка к программам Microsoft Office. По сообщениям разработчиков компании Frontline Systems, в надстройке Поиск решения для решения задач линейного программирования используется Симплекс-метод, для задач нелинейного программирования – Метод приведенного градиента.

Программная надстройка Поиск решения – нетривиальная программа. Она выполняет сложные вычисления с использованием табличной модели, размещенной на рабочем листе Excel. В процессе формирования модели, при задании параметров в диалоговых окнах надстройки Поиск решения, в процедурах оптимизации возникает множество ситуаций для возникновения ошибок. Многие тупиковые ситуации не обрабатываются, а если и обрабатываются, то Поиск решения не выдает сообщений о характере ошибок и проблемах, возникающих в процессе оптимизации. Информация о проблемах оптимизации мало информативна.

Наиболее удачной и удобной для практического использования оказалась версия Solver в Microsoft Office 2003. В настоящем пособии используются описания диалоговых окон Excel версии 2003. Электронные таблицы более поздних версий Excel могут отличаться от приведенных ниже таблиц по размещению их элементов.

Компания Frontline Systems разработала также несколько расширенных коммерческих программ, в том числе надстройку Premium Edition Solver for Education. Программа содержит несколько способов корректировки ошибок, что делает её более предпочтительной, чем Поиск решений.

Большинство проблем, возникающих в процессе оптимизации табличных моделей, связано не с самой программой Поиск решения, а с неправильной

постановкой задачи. Запись на бумаге математической (формализованной) модели помогает разрешить многие противоречия в постановке задачи. Точное отображение формализованной модели в табличной модели (технологической матрице) на рабочем листе Excel облегчает понимание табличной модели и упрощает ее документирование.

3.2. Установка надстройки Поиск решения

Инсталляция программной надстройки Поиск решения производится с помощью диалогового окна – Надстройки. Для вызова диалогового окна Надстройки необходимо выполнить команду

Сервис \Rightarrow Надстройки

В открывшемся окне (рис.3.1) приведен перечень надстроек, включенных в вашу версию Excel. Для решения оптимизационных задач в Excel предусмотрена программная надстройка Поиск решения (в неруссифицированной версии Excel – Solver).

Необходимо иметь в виду, что надстройка Поиск решения не устанавливается автоматически в процессе первой загрузки Microsoft Office. Если после инсталляции Excel вы в меню Сервис не обнаружили команды Поиск решения, необходимо открыть диалоговое окно Надстройки и установить флажок в позиции Поиск решения и выполнить команду ОК.

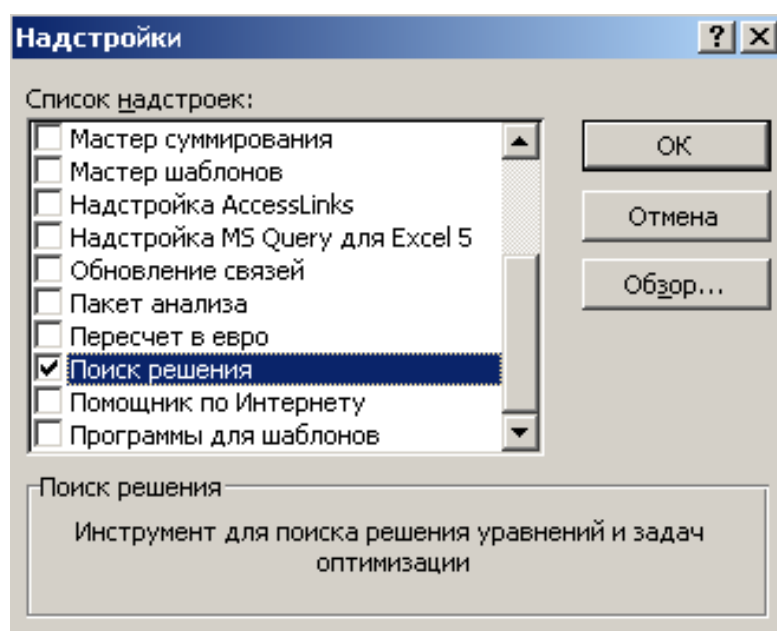


Рис. 3.1. Диалоговое окно Надстройки

В диалоговых окнах надстройки Поиск решений используется несколько иная терминология, отличающаяся от используемой в моделях оптимизации. Так, Целевая функция называется Целевой ячейкой, Искомые переменные решения называются Изменяемые ячейки, Правая часть ограничения – Добавление ограничения.

3.3. Подготовка исходных данных

Технологический процесс подготовки исходных данных, постановки и решения оптимизационных задач, анализа расчетных показателей покажем на тестовом примере.

Типовой линейной многовариантной задачей, которую приходится решать при организации производства, является планирование загрузки оборудования производственного участка предприятия. Экономико-математическая модель задачи имеет классический вид.

$$F(x) = \sum_{i=1}^I \sum_{u_i=1}^{U_i} x_{iu_i} \Rightarrow \max \quad (3.1)$$

для $i = 1, 2, 3, \dots, I$ и $u_i = 1, 2, 3, \dots, U_i$,

$$\text{при} \quad \sum_{i=1}^I \sum_{u_i=1}^{U_i} x_{iu_i} t_{hi} \leq T_h \quad \text{и} \quad (3.2)$$

$$\sum_{u_i=1}^{U_i} x_{iu_i} - k_i y = 0, \quad (3.3)$$

где t_{hi} – затраты машинного времени h -го оборудования на изготовление единицы i -го изделия;

k_i – коэффициент комплектности i -го изделия.

Задача состоит в нахождении максимально возможного выпуска изделий i , изготавливаемых технологическими способами u_i при следующих ограничениях:

- потребность в рабочем времени не должна превосходить располагаемый фонд T_h ;
- изделия должны производиться в заданной комплектности k_i .

Искомыми переменными являются:

x_{iu_i} – оптимальный выпуск i -го изделия, изготовленного u_i - тым технологическим способом;

y – оптимальное количество комплектов изделий.

Производственная ситуация. На производственном участке может изготавливаться три изделия – Изделие А, Изделие В и Изделие С. Изделия изготавливаются путем выполнения двух операций – токарной и фрезерной. Производственный участок состоит из двух групп взаимозаменяемого оборудования – два вида токарного и два вида фрезерного. Известны затраты машинного времени на выполнение технологических операций, располагаемые фонды времени оборудования и коэффициенты комплектности изделий. Исходные данные приведены в виде таблицы (табл. 1).

Таблица 3.1 – Данные производственного участка

Машиноёмкость изделий	Токарное оборудование, мин		Фрезерное оборудование, мин		Коэффициенты комплектности изделий
	Тип 1	Тип 2	Тип 1	Тип 2	
Изделие А	2	5	7	6	2
Изделие В	4	6	8	8	1
Изделие С	3	4	6	-	3
Фонд времени оборудования,	2000	4000	6000	4000	

час					
-----	--	--	--	--	--

Исходные данные необходимо разместить в виде электронной таблицы рабочей книги Excel. Электронная таблица исходных данных будет выглядеть, как на рис. 3.2.

Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Аrial Cyr 10 Ж К Ч

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Токарное обор.		Фрезерное обор.		Коэффициенты комплектности			
2		Тип 1	Тип 2	Тип 1	Тип 2				
3	Изд. А	2	5	7	6	2			
4	Изд. В	4	6	8	8	1			
5	Изд. С	3	4	6		3			
6	Фонд времени. час	2000	4000	6000	4000				
7									
8									
9									
10									
11									

Рис. 3.2. Исходные данные задачи на листе Excel

При формировании таблицы в электронном виде в активной книге Excel необходимо обратить внимание на следующее:

1. Поле исходных данных электронной таблицы (B3:F6) должно быть отформатировано для представления целых чисел, т.е. выделен диапазон и выполнена команда

Формат \Rightarrow Ячейки \Rightarrow Число \Rightarrow Числовой

2. Не допускается *объединение ячеек* для идентификации столбцов и строк, а также представления числовых данных.
3. Таблица исходных данных должна размещаться на отдельном листе активной книги Excel.
4. Таблица исходных данных должна быть отформатирована в виде, необходимом для документирования.

5. При построении таблицы исходных данных не допускать использование пустых строк и столбцов.

Следующим этапом подготовки исходных данных для решения задачи с использованием надстройки Поиск решения является подстановка данных в экономико-математическую модель задачи, т.е. в условия (1), (2) и (3). Для упрощения представления исходных данных в надстройку Поиск решения ограничение (2) необходимо преобразовать в каноническую форму (форму типа уравнения) путем ввода дополнительной переменной. Каноническая форма этого ограничения будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^I \sum_{u_i=1}^{U_i} x_{iu_i} t_{hi} + z_h = T_h, \quad (3.4)$$

где Z_h – неиспользованный фонд времени h -го оборудования.

Многовариантность задачи определяется технологическими способами изготовления изделий, т.е. вариантами прикрепления изделий к взаимозаменяемому оборудованию. В данной задаче принимаются следующие технологические способы:

Изделие А:

- 1-й способ – токарная операция на оборудовании типа 1,
фрезерная операция на оборудовании типа 1;
- 2-й способ – токарная операция на оборудовании типа 1,
фрезерная операция на оборудовании типа 2;
- 3-й способ – токарная операция на оборудовании типа 2,
фрезерная операция на оборудовании типа 1;
- 4-й способ – токарная операция на оборудовании типа 2,
фрезерная операция на оборудовании типа 2.

Искомые переменные по изделию А будут иметь вид:

$$X11, X12, X13, X14.$$

Очевидно, искомые переменные по изделию В будут аналогичны изделию А, т.е.

$$X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}.$$

При изготовлении изделия С на фрезерной операции невозможно использовать оборудование типа 2. В этом случае изделие С будет иметь только два способа изготовления:

- 1-й способ – токарная операция на оборудовании типа 1,
фрезерная операция на оборудовании типа 1;
- 2-й способ – токарная операция на оборудовании типа 2,
фрезерная операция на оборудовании типа 1.

Искомые переменные по изделию С будут иметь вид:

$$X_{31}, X_{32}.$$

Дополнительные переменные Z_1, Z_2, Z_3 и Z_4 будут обозначать остатки неиспользованного времени оборудования. Подставляем исходные данные в уравнения модели. Модель задачи представляет собой следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (X_{11} + X_{12}) + 4 \cdot (X_{21} + X_{22}) + 3 \cdot X_{31} + 1 \cdot Z_1 &= 2000 \cdot 60; \\ 5 \cdot (X_{13} + X_{14}) + 6 \cdot (X_{23} + X_{24}) + 4 \cdot X_{32} + 1 \cdot Z_2 &= 4000 \cdot 60; \\ 7 \cdot (X_{11} + X_{13}) + 8 \cdot (X_{21} + X_{23}) + 6 \cdot (X_{31} + X_{32}) + 1 \cdot Z_3 &= 6000 \cdot 60; \\ 6 \cdot (X_{12} + 6 \cdot X_{14} + 8 \cdot (X_{22} + X_{24}) + 1 \cdot Z_4 &= 4000 \cdot 60; \\ 1(X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14}) - 2 \cdot Y &= 0; \\ 1(X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24}) - 1 \cdot Y &= 0; \\ 1(X_{31} + X_{32}) - 3 \cdot Y &= 0. \end{aligned}$$

Целевая функция:

$$\begin{aligned} F(x) &= 1 \cdot (X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14}) + 1 \cdot (X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24}) + 1 \cdot (X_{31} + X_{32}) \\ &\Rightarrow \text{MAX.} \end{aligned}$$

3.4. Формирование технологической матрицы

Следующим важным этапом подготовки исходных данных для решения задачи является разработка технологической матрицы производственной ситуации. Технологическая матрица представляет собой таблицу, которая является «вытяжкой» коэффициентов из системы уравнений модели задачи. Число граф таблицы определяется числом переменных, а число строк таблицы определяется числом уравнений модели. Технологическая матрица данной задачи в электронном виде представлена на рис.3.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	Y	Z1	Z2	Z3	Z4	Огран.
2	Токар.обор.1	2	2			4	4			3			1				120000
3	Токар.обор.2			5	5			6	6		4			1			240000
4	Фрез.обор.1	7		7		8		8		6	6				1		360000
5	Фрез.обор.2		6		6		8		8							1	240000
6	Изделие А	1	1	1	1							-2					0
7	Изделие В					1	1	1	1			-1					0
8	Изделие С									1	1	-3					0
9	Цель.функ.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						max

Рис. 3.3. Технологическая матрица задачи

Формирование технологической матрицы представляет наиболее трудоемкий этап решения задачи. Каждый элемент матрицы представляет не число, а ссылку на исходные данные Листа 1 открытой книги Excel. Фрагмент технологической матрицы в формате Формулы представлен на рис. 3.4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	Y	Z1	Z2	Z3	Z4	Огран.
2	Токар.обор.	=Лист1!B3	=Лист1!B3			=Лист1!B4	=Лист1!B4			=Лист1!B5			=1				=Лист1!B6*60
3	Токар.обор.			=Лист1!C3	=Лист1!C3			=Лист1!C4	=Лист1!C4		=Лист1!C5			=1			=Лист1!C6*60
4	Фрез.обор.1	=Лист1!D3		=Лист1!D3		=Лист1!D4		=Лист1!D4		=Лист1!D5	=Лист1!D5				=1		=Лист1!D6*60
5	Фрез.обор.2		=Лист1!E3		=Лист1!E3		=Лист1!E4		8							=1	=Лист1!E6*60
6	Изделие А	=1	=1	=1	=1							=Лист1!F3					=0
7	Изделие В					=1	=1	=1	=1			=Лист1!F4					=0
8	Изделие С									=1	=1	=Лист1!F5					=0
9	Цель.функ.	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1						max

Рис. 3.4. Формирование технологической матрицы

Кроме технологической матрицы, необходимо выделить диапазон ячеек для размещения значений искомым переменных и поле для размещения формализованной модели решения задачи. На рабочем листе Excel, где

размещена технологическая матрица, ниже выделяется пустая строка с именем «Оптим.план». Ниже этой строки необходимо выделить поле табличной модели задачи. Для этого необходимо поле технологической матрицы (Диапазон A1:Q9) скопировать на поле, ниже строки Оптим.план (Диапазон A11:Q19). Поле скопированной таблицы необходимо обнулить, т.е. выделить диапазон B12:Q19 и выполнить команду Del. В очищенное поле необходимо ввести формализованную модель задачи. Для этого достаточно выделить ячейку B12, ввести формулу

$$= B\$10 \cdot B2$$

и размножить ее на весь столбец (диапазон B12:B19). Затем этот столбец необходимо размножить на весь диапазон таблицы (диапазон B12:P19). Выделить ячейку Q12, ввести формулу

$$=СУММ(B12:P12)$$

и размножить ее в диапазоне Q12:Q19. Заполненное поле модели в формате Формулы показано на рис. 3.5.

Подготовка исходных данных для программной надстройки Поиск решения заканчивается активизацией ячейки целевой функции (ячейки Q19). Внешний вид подготовленных данных представлен на рис. 3.6.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	Y	Z1	Z2	Z3	Z4	Огран.
2	Токар.обор.1	=Лист1!B6	=Лист1!B7			=Лист1!B8	=Лист1!B9			=Лист1!B10			=1				=Лист1!B6*B10
3	Токар.обор.2			=Лист1!C6	=Лист1!C7			=Лист1!C8	=Лист1!C9					=1			=Лист1!C6*B10
4	Фрез.обор.1	=Лист1!D6		=Лист1!D7		=Лист1!D8		=Лист1!D9		=Лист1!D10	=Лист1!D11				=1		=Лист1!D6*B10
5	Фрез.обор.2		=Лист1!E6		=Лист1!E7		=Лист1!E8		8							=1	=Лист1!E6*B10
6	Изделие А	=1	=1									=Лис					=0
7	Изделие В					=1	=1	=1	=1			=Лис					=0
8	Изделие С									=1	=1	=Лис					=0
9	Цель. функ.	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1	=1						max
10	Оптим.план																
11		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	Y	Z1	Z2	Z3	Z4	Огран.
12	Токар.обор.1	=B\$10*B2	=C\$10*C2	=D\$10*D2	=E\$10*E2	=F\$10*F2	=G\$10*G2	=H\$10*H2	=I\$10*I2	=J\$10*J2	=K\$10*K2	=L\$10*L2	=M\$10*M2	=N\$10*N2	=O\$10*O2	=P\$10*P2	=СУММ(B12:P12)
13	Токар.обор.2	=B\$10*B3	=C\$10*C3	=D\$10*D3	=E\$10*E3	=F\$10*F3	=G\$10*G3	=H\$10*H3	=I\$10*I3	=J\$10*J3	=K\$10*K3	=L\$10*L3	=M\$10*M3	=N\$10*N3	=O\$10*O3	=P\$10*P3	=СУММ(B13:P13)
14	Фрез.обор.1	=B\$10*B4	=C\$10*C4	=D\$10*D4	=E\$10*E4	=F\$10*F4	=G\$10*G4	=H\$10*H4	=I\$10*I4	=J\$10*J4	=K\$10*K4	=L\$10*L4	=M\$10*M4	=N\$10*N4	=O\$10*O4	=P\$10*P4	=СУММ(B14:P14)
15	Фрез.обор.2	=B\$10*B5	=C\$10*C5	=D\$10*D5	=E\$10*E5	=F\$10*F5	=G\$10*G5	=H\$10*H5	=I\$10*I5	=J\$10*J5	=K\$10*K5	=L\$10*L5	=M\$10*M5	=N\$10*N5	=O\$10*O5	=P\$10*P5	=СУММ(B15:P15)
16	Изделие А	=B\$10*B6	=C\$10*C6	=D\$10*D6	=E\$10*E6	=F\$10*F6	=G\$10*G6	=H\$10*H6	=I\$10*I6	=J\$10*J6	=K\$10*K6	=L\$10*L6	=M\$10*M6	=N\$10*N6	=O\$10*O6	=P\$10*P6	=СУММ(B16:P16)
17	Изделие В	=B\$10*B7	=C\$10*C7	=D\$10*D7	=E\$10*E7	=F\$10*F7	=G\$10*G7	=H\$10*H7	=I\$10*I7	=J\$10*J7	=K\$10*K7	=L\$10*L7	=M\$10*M7	=N\$10*N7	=O\$10*O7	=P\$10*P7	=СУММ(B17:P17)
18	Изделие С	=B\$10*B8	=C\$10*C8	=D\$10*D8	=E\$10*E8	=F\$10*F8	=G\$10*G8	=H\$10*H8	=I\$10*I8	=J\$10*J8	=K\$10*K8	=L\$10*L8	=M\$10*M8	=N\$10*N8	=O\$10*O8	=P\$10*P8	=СУММ(B18:P18)
19	Цель. функ.	=B\$10*B9	=C\$10*C9	=D\$10*D9	=E\$10*E9	=F\$10*F9	=G\$10*G9	=H\$10*H9	=I\$10*I9	=J\$10*J9	=K\$10*K9	=L\$10*L9	=M\$10*M9	=N\$10*N9	=O\$10*O9	=P\$10*P9	=СУММ(B19:P19)

Рис. 3.5. Поле модели задачи

Для запуска программной надстройки Поиск решения необходимо выполнить команду

Сервис \Rightarrow Поиск решения

На экран электронной таблицы будет вызвано диалоговое окно, вид которого представлен рис. 3.7.

В этом диалоговом окне необходимо заполнить поля: Установить целевую ячейку, Равной, Изменяя ячейки и Ограничения. Целевая ячейка уже будет определена, так как мы предварительно активизировали ячейку Q19. Оптимальное решение может быть найдено при максимизации, минимизации целевой функции или заданному фиксированному ее значению.

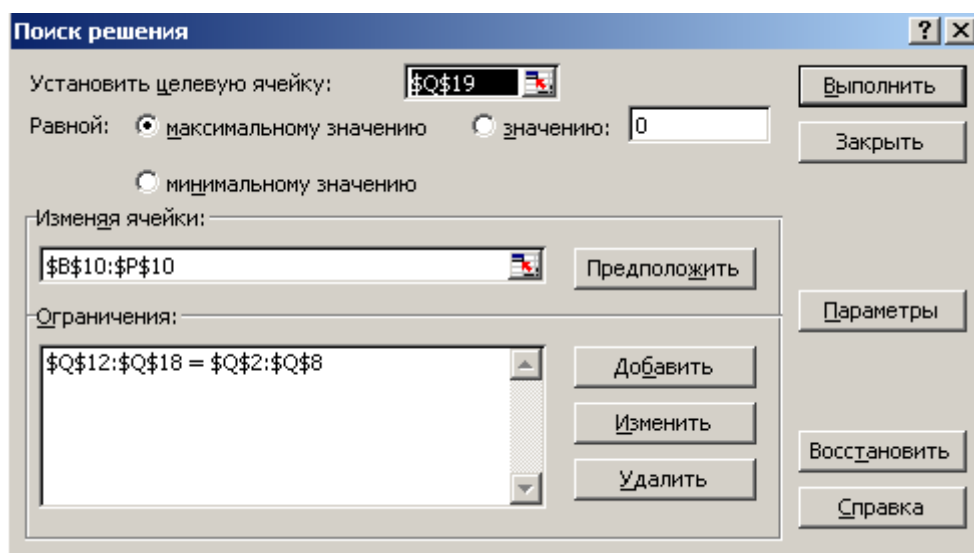


Рис. 3.7. Диалоговое окно надстройки Поиск решения

Для рассматриваемой задачи необходимо переключатель Равной установить в положение Максимальному значению. Диапазон искомых переменных необходимо отразить в окне Изменяя ячейки. Для этого достаточно щелкнуть левой клавишей мыши на иконке, расположенной справа от окна Предположить, затем установить курсор в строке Оптим.план активного листа в ячейку B10 и протянуть ее в диапазоне B10:P10.

Ограничения задачи размещаются в графе Огран. технологической матрицы. Для ввода их в машину необходимо выполнить команду **Добавить**. Появится дополнительное диалоговое окно, представленное на рис. 3.8.

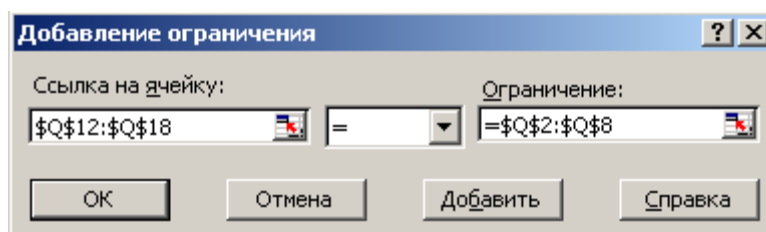


Рис. 3.8. Диалоговое окно Добавление ограничения

Необходимо левой клавишей мыши щелкнуть на иконке с красной стрелкой окна **Ссылка на ячейки**, в результате откроется вспомогательное окно, представленное на рис. 3.9.



Рис. 3.9. Вспомогательное диалоговое окно Добавление ограничения

Установив курсор на ячейке Q12 и нажав левую клавишу мыши, протянуть курсор в диапазоне Q12:Q18 и выполнить щелчок на иконке, расположенной справа окна. Затем необходимо установить знак равенства (\leq) в среднем окне (рис. 3.8), а в окно **Ограничение** аналогичным способом ввести ссылку на диапазон ячеек Q2:Q8. Возврат в диалоговое окно (рис. 3.7.) производится щелчком на иконке справа окна (рис. 3.8). Ввод ограничений производится по команде **ОК**.

Условие неотрицательности искоемых переменных можно задать как с помощью окна **Ограничения**, так и в виде специально предусмотренного параметра. Однако не допускается задание неотрицательности двумя способами одновременно.

Рассматриваемый пример относится к целочисленным задачам. В решении этой задачи численность изготовленных деталей не должна быть дробным числом. Для этого искомые переменные должны быть представлены как целые числа, т.е. введено дополнительное ограничение типа

$$B\$10:L\$10 = \text{целое}$$

Несмотря на достаточно тривиальное требование, решение задачи значительно усложняется. Установленные параметры решения задачи по умолчанию могут привести не к оптимальному решению. Процесс решения задачи может заиклиться. Останов поиска решения произойдет по заданному времени, отраженному в параметрах решения задачи. Даже при удачной постановке задачи программный комплекс Excel не выдает на печать параметры устойчивости и чувствительности решения задачи. Поэтому, если значения искомых переменных в оптимальном плане ожидаются больше 50, задачу следует рассматривать как линейную с дробными значениями искомых переменных. При документировании результатов решения задачи числа необходимо выводить на печать в режиме округлений до целого.

После ввода ограничений необходимо ввести параметры поиска решений. Для этого необходимо нажать клавишу **Параметры** основного диалогового окна (рис.36). Откроется диалоговое окно **Параметры поиска решения**, внешний вид которого отражен на рис. 3.10.

Для рассматриваемой задачи параметры **Максимальное время**, **Предельное число итераций**, **Относительная погрешность**, **Допустимое отклонение** и **Сходимость** можно оставить значения по умолчанию.

Параметр **Максимальное время** задает длительность времени в секундах, которое отводится надстройке **Поиск решения** для нахождения решения (по умолчанию отводится 100 секунд).

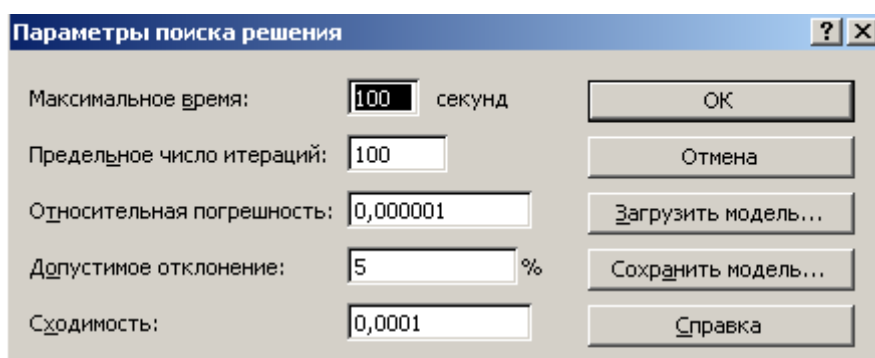


Рис. 3.10. Диалоговое окно Параметры поиска решений

По истечении этого времени появляется диалоговое окно **Текущее состояние поиска решения**, предлагающее два варианта дальнейших действий: остановка или продолжение работы программы. Остановить поиск решения можно также нажатием клавиши <Esc>.

Параметр **Предельное число итераций** определяет максимальное число итераций, которое программа может выполнить в процессе одной оптимизации (по умолчанию – 100 итераций). Когда Поиск решения выполнит заданное количество итераций, появится диалоговое окно **Текущее состояние поиска решения**, предлагающее два варианта дальнейших действий: остановка или продолжения работы программы.

Параметр **Относительная погрешность** задает точность выполнения ограничения. Ограничение считается выполненным в виде равенства, если модуль разности между значениями правой и левой части ограничения не выходит за интервал, определяемый параметром **Относительная погрешность**. Для хорошо масштабированных моделей можно оставить без изменения значение этого параметра, заданного по умолчанию. Считается, что значение параметра **Относительная погрешность** должно быть в пределах от 0,0001 до 0,000001.

Параметр **Допустимое отклонение** используется при решении задач целочисленного программирования. Для ускоренного нахождения решения в диалоговом окне по умолчанию задается значение

допустимого отклонения, равное 5 %. В этом случае процесс оптимизации завершится, если относительная разность между последовательными значениями целевой функции будет меньше 5%.

Параметр **Сходимость** применяется при оптимизации нелинейных моделей. Параметр **Линейная модель** служит для ускорения поиска решения линейной задачи оптимизации.

Параметр **Показывать результаты итераций** служит для приостановки поиска решения для просмотра результатов отдельных итераций.

Параметр **Автоматическое масштабирование** служит для включения автоматической нормализации входных и выходных значений, качественно различающихся по величине, например, максимизации прибыли в процентах по отношению к вложениям, исчисляемым в миллионах гривен.

Параметр **Значения не отрицательны** позволяет установить нулевую нижнюю границу для тех влияющих ячеек, для которых она не была указана в поле **Ограничение** диалогового окна **Добавить ограничение**.

Опции **Оценка** служат для указания метода экстраполяции — линейная или квадратичная — используемого для получения исходных оценок значений переменных в каждом одномерном поиске.

Параметр **Линейная** служит для использования линейной экстраполяции вдоль касательного вектора.

Параметр **Квадратичная** служит для использования квадратичной экстраполяции, которая дает лучшие результаты при решении нелинейных задач.

Опции **Разности** служат для указания метода численного дифференцирования — прямые или центральные производные, которые используются для вычисления частных производных целевых и ограничивающих функций.

Параметр **Прямые** используется в большинстве задач, где скорость изменения ограничений относительно невысока.

Параметр **Центральные** используется для функций, имеющих разрывную производную. Данный способ требует больше вычислений, однако его применение может быть оправданным, если выдается сообщение о том, что получить более точное решение не удастся.

Опции **Метод** служат для выбора алгоритма оптимизации — метод Ньютона или сопряженных градиентов — для указания направления поиска.

Параметр **Метод Ньютона** позволяет реализацию квазиньютоновского метода, в котором запрашивается больше памяти, но выполняется меньше итераций, чем в методе сопряженных градиентов.

Параметр **Метод сопряженных градиентов** позволяет реализовать метод сопряженных градиентов, в котором запрашивается меньше памяти, но выполняется больше итераций, чем в методе Ньютона. Данный метод следует использовать, если задача достаточно велика, и необходимо экономить память, а также, если итерации дают слишком малое отличие в последовательных приближениях.

Кнопка **Загрузить модель** служит для отображения на экране диалогового окна **Загрузить модель**, в котором можно задать ссылку на область ячеек, содержащих загружаемую модель.

Кнопка **Сохранить модель** служит для отображения на экране диалогового окна **Сохранить модель**, в котором можно задать ссылку на область ячеек, предназначенную для хранения модели оптимизации. Данный вариант предусмотрен для хранения на листе более одной модели оптимизации — первая модель сохраняется автоматически.

Для решения нашей задачи необходимо установить флажки в позиции **Линейная модель**, **Неотрицательные значения** и **Автоматическое масштабирование** (рис. 3.10).

Параметры **Оценки**, **Разности** и **Метод** поиска управляют процессом оптимизации нелинейных моделей. Их можно оставить по умолчанию.

После ввода параметров работы надстройки Поиск решения необходимо выполнить команду этого окна ОК. Программа вернется к основному диалоговому окну (рис. 3.7). В этом диалоговом окне необходимо выполнить команду Выполнить.

3.6. Результаты поиска решений

В процессе решения задачи программа Поиск решения может выдавать на экран компьютера различные сообщения. Эти сообщения выдаются в виде диалогового окна, отраженного на рис. 3.11.

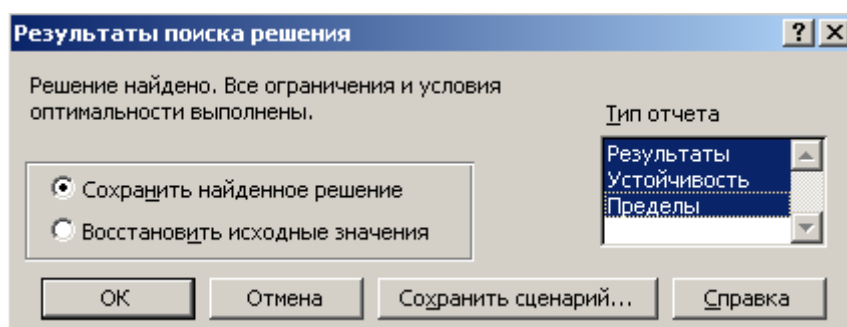


Рис. 3.11. Диалоговое окно Результаты поиска решения

При остановке работы программы Поиск решения в изменяемые ячейки рабочего листа записываются результаты полученного решения, и затем Excel по формулам модели пересчитывает показатели, на которые влияют изменяемые ячейки. В диалоговом окне Результаты поиска решения выводится сообщение о причине остановки процесса оптимизации. Появление диалогового окна Результаты поиска решения не обязательно означает, что надстройка Поиск решения нашла оптимальное решение. Это только означает, что закончена процедура оптимизации. Часто выводится сообщение Средство не может найти подходящего решения. Это

сообщение говорит о том, что программа **Поиск решения** не смогла найти набор значений изменяемых ячеек, которые удовлетворяли бы всем ограничениям в пределах точности, задаваемой параметром **Относительное отклонение**. Это сообщение обычно появляется тогда, когда ограничения модели противоречивы. Сообщение **Условия для линейной модели не выполняются** выводится в том случае, когда установлен флажок **Линейная модель**, но расчеты, выполняемые программой **Поиск решения**, не согласуются с линейной моделью. В этой ситуации следует либо пересмотреть логику модели, чтобы определить и устранить источник нелинейности, либо принять нелинейную формулировку модели и отказаться от линейной оптимизации. Это сообщение может также появиться при оптимизации плохо масштабированных моделей. При допущении ошибок в технологической матрице или таблице модели задачи могут выводиться и другие сообщения.

При успешном решении задачи выводится сообщение **Решение найдено**. Все ограничения и условия оптимальности выполнены. Это самое желанное сообщение о завершении работы программы **Поиск решения**. Оно означает, что все ограничения удовлетворены с точностью, установленной в диалоговом окне **Параметры поиска решения**, и найдено оптимальное (максимальное или минимальное) значение целевой функции. Однако линейные модели могут иметь и другие решения с тем же самым значением целевой функции, т.е. другие альтернативные оптимальные решения. Если решение не вырождено и модель линейна, то о существовании альтернативных оптимальных решений сигнализируют нулевые значения в столбцах **Допустимое увеличение** или **Допустимое уменьшение** для некоторых переменных решения в отчете по устойчивости, генерируемом программой **Поиск решения**. Следует помнить, что число переменных в оптимальном плане, имеющих значения, отличающихся от нуля, не может быть больше, чем число уравнений и неравенств в модели задачи.

3.7. Отчеты надстройки Поиск решения

Надстройка Поиск решения позволяет создать несколько типов отчетов, которые сохраняются на новых рабочих листах в активной рабочей книге. Поскольку отчеты находятся на рабочих листах, их можно редактировать и копировать так же, как и любую другую информацию, содержащуюся на рабочем листе. Кроме того, на ячейки отчета можно ссылаться в формулах или использовать их для создания диаграмм и документированных отчетов. В отчетах форматирование ячеек, содержащих данные, наследуется от соответствующих ячеек табличной модели. Часто унаследованный формат дает недостаточную точность отображения данных. Во избежание неверного истолкования данных отчетов, вызванного недостаточной точностью форматов чисел, необходимо переформатировать отчет или поместить табличный курсор на ячейку с данными, чтобы увидеть в строке формулы точное значение, содержащееся в этой ячейке.

При любом завершении работы программы Поиск решения (в результате нахождения оптимального решения или вследствие какой-либо ошибки) на экране появится диалоговое окно Результаты поиска решений (рис. 3.12). Чтобы выбрать один или несколько отчетов, перечисленных в окне списка Тип отчета, необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши на названии отчета. Если работа программы Поиск решения закончилась из-за ошибки или была прервана, то названия отчетов в списке Тип отчета будут недоступны. В окне Результаты поиска решений предусмотрены опции Сохранение найденного решения или Восстановить исходные значения, а также сохранить значения переменных решения в поименном сценарии, щелкнув на кнопке Сохранить сценарий. Щелчок на кнопке Отмена отменяет создание отчетов.

Для формирования отчетов необходимо активизировать наименование этих отчетов в окне Тип отчета и выполнить команду ОК. Отчет по

результатам представлен на рис. 3.13. В этом отчете приводятся исходные и оптимальные значения переменных решения (оптимальный план) и целевой функции, а также показано, какое ограничение является связывающим.

Отчет по устойчивости (рис. 3.13) предоставляет основную информацию для анализа устойчивости (чувствительности) линейных и нелинейных моделей.

Этот анализ показывает, насколько устойчиво оптимальное решение при небольших изменениях параметров модели, при этом предполагается, что значения всех параметров, за исключением одного, остаются неизменными. Отчет содержит две таблицы: **Изменяемые ячейки** и **Ограничения**. В графе **Результ.значения** отображаются значения оптимальных искомым переменных. Число значащих переменных равно числу уравнений модели. В графе **Нормир.стоимость** приводятся показатели эффективности значений искомым переменных, т.е. насколько изменится значение целевой функции при единичном изменении значения искомой переменной.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам**Рабочий лист: [Книга1]Лист1****Отчет создан: 10.09.2018 21:41:28****Целевая ячейка (Максимум)**

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$Q\$19	Цель.функ. Огран.	0	94737

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$B\$10	Оптим.план X11	0	0
\$C\$10	Оптим.план X12	0	18045
\$D\$10	Оптим.план X13	0	0
\$E\$10	Оптим.план X14	0	13534
\$F\$10	Оптим.план X21	0	0
\$G\$10	Оптим.план X22	0	0
\$H\$10	Оптим.план X23	0	9474
\$I\$10	Оптим.план X24	0	6316
\$J\$10	Оптим.план X31	0	27970
\$K\$10	Оптим.план X32	0	19398
\$L\$10	Оптим.план Y	0	15789
\$M\$10	Оптим.план Z1	0	0
\$N\$10	Оптим.план Z2	0	0
\$O\$10	Оптим.план Z3	0	0
\$P\$10	Оптим.план Z4	0	0

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$Q\$12	Токар.обор.1 Огран.	120000	\$Q\$12=\$Q\$2	не связан.	0
\$Q\$13	Токар.обор.2 Огран.	240000	\$Q\$13=\$Q\$3	не связан.	0
\$Q\$14	Фрез.обор.1 Огран.	360000	\$Q\$14=\$Q\$4	не связан.	0
\$Q\$15	Фрез.обор.2 Огран.	240000	\$Q\$15=\$Q\$5	не связан.	0
\$Q\$16	Изделие А Огран.	0	\$Q\$16=\$Q\$6	не связан.	0
\$Q\$17	Изделие В Огран.	0	\$Q\$17=\$Q\$7	не связан.	0
\$Q\$18	Изделие С Огран.	0	\$Q\$18=\$Q\$8	не связан.	0

Рис. 3.12. Отчет по результатам

Если переменная равна нулю, соответствующий технологический способ не включен в базисное решение. При этом нормированная стоимость имеет отрицательный коэффициент, показывающий убыточность технологического способа. Нормированная стоимость будет отличаться от нуля только тогда, когда значение переменной равно ее верхнему или нижнему предельному допустимому значению.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости

Рабочий лист: [Книга1.xls]Лист1

Отчет создан: 10.09.2018 22:15:02

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Резул. Знач.	Нормир. Стоим.	Целевой Кэффиц.	Допустим. Увелич.	Допустим. Уменьш.
\$B\$10	Оптим.план X11	0	-0,1579	1	0,1578947	1E+30
\$C\$10	Оптим.план X12	18045	0,0000	1	0	0
\$D\$10	Оптим.план X13	0	-0,1579	1	0,1578947	1E+30
\$E\$10	Оптим.план X14	13534	0,0000	1	0	0
\$F\$10	Оптим.план X21	0	0,0000	1	0	1E+30
\$G\$10	Оптим.план X22	0	0,0000	1	0	1E+30
\$H\$10	Оптим.план X23	9474	0,0000	1	2,6666667	0
\$I\$10	Оптим.план X24	6316	0,0000	1	0,2	0
\$J\$10	Оптим.план X31	27970	0,0000	1	0,75	0
\$K\$10	Оптим.план X32	19398	0,0000	1	0	0,545454
\$L\$10	Оптим.план Y	15789	0,0000	0	1E+30	6
\$M\$10	Оптим.план Z1	0	0,0000	0	0	1E+30
\$N\$10	Оптим.план Z2	0	0,0000	0	0	1E+30
\$O\$10	Оптим.план Z3	0	-0,1579	0	0,1578947	1E+30
\$P\$10	Оптим.план Z4	0	-0,1579	0	0,1578947	1E+30
Ячейка	Имя	Резул. Знач.	Теневая Цена	Огранич. Правая часть	Допуст. Увелич.	Допуст. Уменьш.
\$Q\$12	Токар.обор.1 Огран.	120000	0,0000	120000	27157,894	23684,210
\$Q\$13	Токар.обор.2 Огран.	240000	0,0000	240000	42105,263	31578,947
\$Q\$14	Фрез.обор.1 Огран.	360000	0,1579	360000	51428,571	57142,854
\$Q\$15	Фрез.обор.2 Огран.	240000	0,1579	240000	51428,571	57142,857
\$Q\$16	Изделие А Огран.	0	0,0526	0	12307,692	26666,667
\$Q\$17	Изделие В Огран.	0	-0,2632	0	29032,258	20000
\$Q\$18	Изделие С Огран.	0	0,0526	0	24000	26666,666

Рис. 3.13. Отчет по устойчивости

В случае, когда искомая переменная равна нулю и соответствующая нормированная стоимость тоже равна нулю, т.е. технологический способ неубыточный, задача имеет не единственный оптимальный план. В базисное оптимальное решение могут быть включены и другие технологические способы производства изделий, которые не уменьшают значение целевой функции.

Графа Целевой коэффициент отражает значение коэффициентов целевой функции модели задачи. Они переносятся из таблицы исходных данных. Числа в графах Допустимое увеличение и Допустимое уменьшение показывают, насколько можно изменить целевой коэффициент, т.е. коэффициент при данной переменной в формуле целевой функции, не меняя текущего оптимального решения. При решении задач в целочисленной постановке этот отчет не формируется.

Отчет по пределам (рис. 3.14) представляет ограниченный вариант отчета по устойчивости. В нем отражены наименьшие и наибольшие значения, которые может принимать каждая переменная решения при удовлетворении ограничений и при постоянстве значений всех остальных переменных. При решении задач в целочисленной постановке этот отчет не формируется.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам
Рабочий лист: [Книга1]Отчет по пределам 1
Отчет создан: 10.09.2018 21:41:28

Целевое		
Ячейка	Имя	Значение
\$Q\$19	Цель.функ. Огран.	94737

Изменяемое			Нижний предел	Целевой результат	Верхний предел	Целевой результат
Ячейка	Имя	Значение				
\$B\$10	Оптим.план X11	0	0	94737	0	94737
\$C\$10	Оптим.план X12	18045	18045	94737	18045	94737
\$D\$10	Оптим.план X13	0	0	94737	0	94737
\$E\$10	Оптим.план X14	13534	13534	94737	13534	94737
\$F\$10	Оптим.план X21	0	0	94737	0	94737
\$G\$10	Оптим.план X22	0	0	94737	0	94737
\$H\$10	Оптим.план X23	9474	9474	94737	9474	94737
\$I\$10	Оптим.план X24	6316	6316	94737	6316	94737
\$J\$10	Оптим.план X31	27970	27970	94737	27970	94737
\$K\$10	Оптим.план X32	19398	19398	94737	19398	94737
\$L\$10	Оптим.план Y	15789	15789	94737	15789	94737
\$M\$10	Оптим.план Z1	0	0	94737	0	94737
\$N\$10	Оптим.план Z2	0	0	94737	0	94737
\$O\$10	Оптим.план Z3	0	0	94737	0	94737
\$P\$10	Оптим.план Z4	0	0	94737	0	94737

Рис. 3.14. Отчет по пределам

С помощью диалогового окна Результаты поиска решения (рис. 3.11) можно выбрать операцию Сохранить найденное решение или Восстановить исходное решение, а также сохранить значения переменных решения в поименованном сценарии, щелкнув на кнопке Сохранить сценарий. Щелчок на кнопке Отмена отменяет создание отчетов.

Контрольные вопросы

1. Основные надстройки **Microsoft Excel**.
2. Исторические этапы создания программной надстройки **Solver** (Поиск решения).
3. Установка надстройки **Поиск решения**.
4. Структура диалогового окна **Поиск решения**.

5. Подготовка исходных данных с помощью электронной таблицы.
6. Структура технологической матрицы.
7. Формирование поля модели задачи.
8. Настройка программного комплекса.
9. Расчетные показатели надстройки **Поиск решения**.
10. Формы отчетов надстройки **Поиск решения**.

ГЛАВА 4. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

4.1. Модели планирования производства

В обобщенном виде математическая модель планирования производства имеет следующий вид:

Необходимо найти значение целевой функции при максимизации прибыли от реализации продукции

$$F(x) = \sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^{\delta} x_i^{\delta} \Rightarrow \max \quad (4.1)$$

или минимизации производственных затрат

$$F(x) = \sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I C_i^{\delta} x_i^{\delta} \Rightarrow \min, \quad (4.2)$$

при заданных ограничениях на выпуск продукции и использование ресурсов производства,

где x_i^{δ} – оптимальный объем производства i -го продукта, изготовленного δ -м технологическим способом;

P_i^{δ} – прибыль от реализации единицы i -го продукта, изготовленного δ -м технологическим способом;

C_i^{δ} – себестоимость производства единицы i -го продукта, изготовленного δ -м технологическим способом.

Ограничениями по выпуску продукции могут быть:

- выпуск продукции не больше, чем прогнозируемый спрос рынка в плановом периоде (B_i)

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} \leq B_i, \quad \text{для } i = 1, \dots, I; \quad (4.3)$$

- выпуск продукции не меньше, чем объемы производства в базисном периоде (A_i)

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} \geq A_i, \quad \text{для } i = 1, \dots, I; \quad (4.4)$$

- выпуск продукции не меньше, чем объемы производства в базисном периоде и одновременно не больше, чем прогнозируемый спрос рынка в плановом периоде

$$A_i \leq \sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} \leq B_i; \quad (4.5)$$

- выпуск продукции в ассортиментном соотношении базисного периода

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_0 A_i = 0; \quad (4.6)$$

где y_0 – коэффициент прироста объемов производства в плановом периоде;

- выпуск продукции в ассортиментном соотношении прогнозируемого спроса рынка

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_0 B_i = 0, \quad (4.7)$$

где y_0 – коэффициент удовлетворения потребности рынка в плановом периоде.

Ограничение по используемым ресурсам имеет вид

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \quad \text{для } j = 1, \dots, J, \quad (4.8)$$

где R_{ij}^{δ} – норма расхода j -го ресурса на производство единицы i -го продукта δ -м технологическим способом;

Q_j – прогнозируемые объемы j -го ресурса, выделенного для производства продукции в плановом периоде.

Многовариантность задачи обусловлена взаимозаменяемостью однородных ресурсов. Это могут быть используемые материалы, топливо, энергетические и трудовые ресурсы, технологическое оборудование, финансовые средства.

Одну из конечных целей предприятия можно сформулировать в следующем виде. *Необходимо разработать план, ориентирующий производство на максимальное удовлетворение потребностей рынка при минимальных производственных затратах, обоснованных финансовых рисках и оптимальной устойчивости предприятия.*

Сразу возникает вопрос, какая из выше рассмотренных модификаций экономико-математических моделей позволит решить эту задачу? Естественно, можно подготовить тестовый пример и опробовать различные модели. Но менеджер должен обладать опытом разработки моделей, который позволил бы найти тот единственный вариант, который максимально будет адекватен поставленной генеральной цели.

Данный раздел работы посвящен анализу типовых математических моделей оптимизации производственной программы предприятия.

Вариант 1

Необходимо определить значения переменных x_i^δ , максимизирующие функцию цели

$$F(x) = \sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^\delta x_i^\delta \Rightarrow \max \quad (4.9)$$

и удовлетворяющие ограничения

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^\delta \geq A_i, \quad \text{для } i = 1, \dots, I; \quad (4.10)$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^\delta x_i^\delta \leq Q_j, \quad \text{для } j = 1, \dots, J. \quad (4.11)$$

Модель реализуется методом линейного программирования. Геометрическая интерпретация ограничения (4.10) представлена на рис. 4.1. Переменная y_i определяет дополнительный объем производства продукции в плановом периоде по отношению к базисному периоду. В канонической записи ограничение (4.10) имеет вид

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_i = A_i. \quad (4.12)$$

Алгоритм поиска оптимального решения сводится к выбору продукта и способа его изготовления с максимальным значением прибыльности (p_i). Поскольку ресурсы взаимозаменяемы, они все будут направлены на максимальный выпуск этого продукта. Выпуск остальных продуктов будет определяться ограничением (4.12). Оптимальный план будет иметь вид, представленный на рис. 4.2.

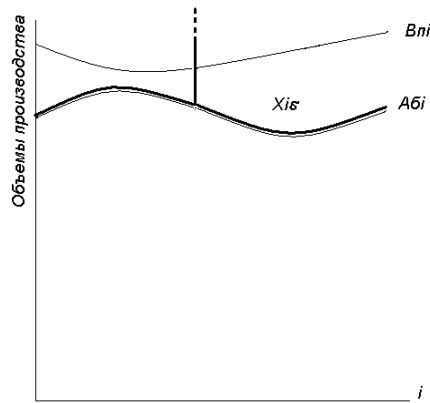


Рис. 4.1

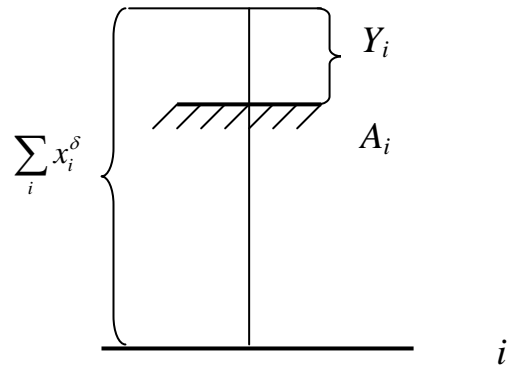


Рис. 4.2

Этот план вряд ли удовлетворит менеджера предприятия. Во-первых, он не учитывает в плановом периоде потребности потребителей, во-вторых, такой план не требует специальных методов оптимизации задачи. Объемы производства продукции остаются на уровне базисного периода, за исключением одного, наиболее прибыльного.

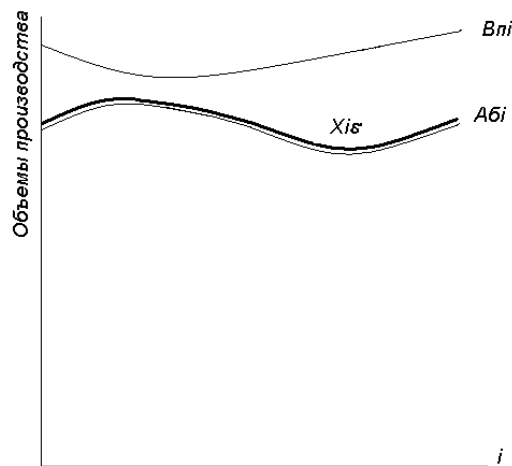


Рис. 4.3

Объем производства этого продукта может оказаться значительно больше, чем заявленная потребность. Предприятие понесет убытки из-за перепроизводства этого продукта. Но самое главное, предприятие, разорвав контракты на производство остальных продуктов, потеряет потребителей своей продукции. Эта модель будет отвергнута менеджером предприятия.

Если мы рассмотрим модель с минимизирующей целевой функцией (4.2) и вышеупомянутыми ограничениями, то оптимальный план будет иметь вид, как на рис. 4.3. Минимальные производственные затраты будут достигаться при минимальных объемах производства. Поскольку на объемы производства наложены ограничения снизу, оптимальные объемы производства совпадут с объемами производства в базисном периоде. В план производства будут включены технологические способы производства продукции с минимальными производственными затратами. Такой план не представляет практического интереса для менеджера производства.

Вариант 2

В практике планирования производства, используют модели с максимизирующей целевой функцией

$$F(x) = \sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^{\delta} x_i^{\delta} \Rightarrow \max \quad (4.13)$$

и ограничениями на объемы производства и ресурсы типа

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} \leq B_i, \quad \text{для } i = 1, \dots, I; \quad (4.14)$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \quad \text{для } j = 1, \dots, J. \quad (4.15)$$

Геометрическая интерпретация ограничения (4.14) представлена на рис. 4.4. Переменная y_i характеризует величину неудовлетворенной потребности рынка.

В канонической записи это ограничение имеет вид

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} + y_i = B_i. \quad (4.16)$$

Поскольку ресурсов всегда недостаточно для полного удовлетворения потребности рынка в продукции предприятия по всему ассортименту, в план будут включены только наиболее выгодные продукты с точки зрения поставленной цели (рис. 4.4.).

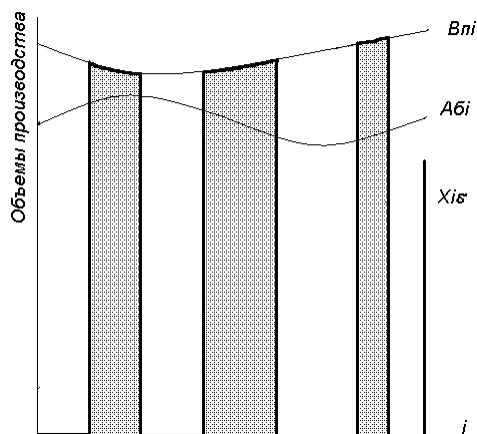


Рис. 4.4

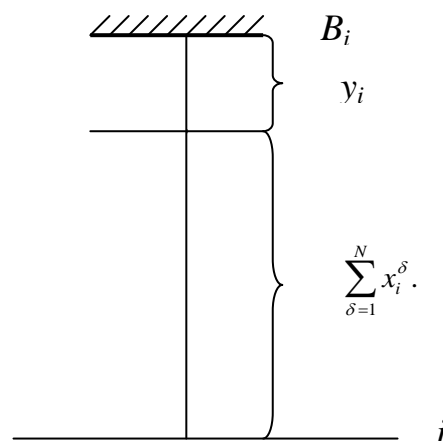


Рис. 4.5

К недостаткам рассматриваемого плана следует отнести следующее:

- Из ассортимента выпускаемой продукции будет исключен целый ряд продуктов, выпускаемых в базисный период, но невыгодных для предприятия в плановом периоде. Предприятие оказывается в зоне неустойчивой производственной деятельности.
- Прогнозируемая потребность в дефицитной продукции предприятия всегда формируется с некоторым положительным запасом. Направить все ресурсы на удовлетворение потребности в таких продуктах означает поставить производство в зону риска по реализации продукции.
- Изменение технико-экономических показателей производства продукта определяют его статус – будет он включен в ассортимент выпускаемой продукции или нет, не обращая внимания на потребителей.

Менеджер предприятия вряд ли согласится на реализацию предложенного плана производства.

Математическая модель с этими ограничениями и минимизирующей целевой функцией (4.2) не дает позитивного результата. Минимум затрат достигается при полной остановке производства. Модель практического применения не имеет.

Вариант 3

В практике более часто используются математические модели с максимизирующей целевой функцией и ограничениями типа

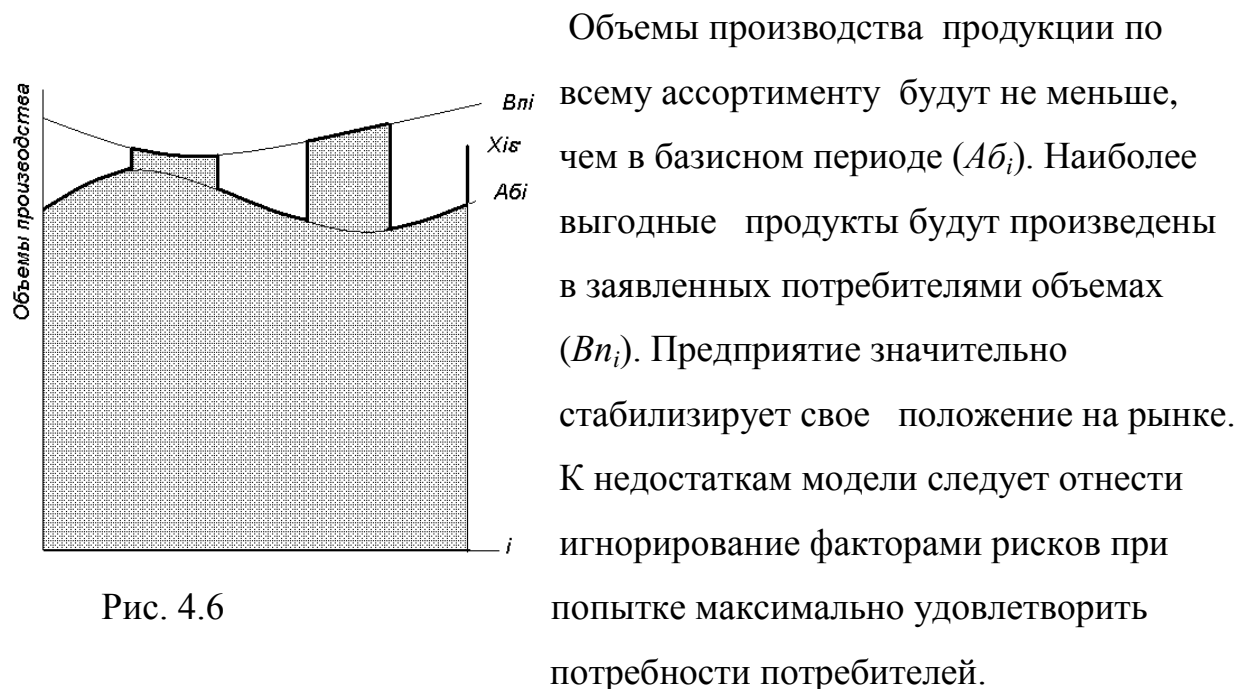
$$A_i \leq \sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} \leq B_i; \quad (4.17)$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j=1, \dots, J. \quad (4.18)$$

Ограничение (4.17) в канонической записи имеет вид

$$\begin{aligned} \sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_i &= A_i; \\ 0 \leq y_i &\leq B_i - A_i. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Оптимальный план, сформированный с помощью этой модели, значительно лучший, чем все ранее рассмотренные варианты (рис. 4.6.)



Более логично было бы направить дополнительно выделенные ресурсы

на равномерное удовлетворение потребностей рынка по всему ассортименту выпускаемой продукции. При этом следовало бы учесть и затраты на производство. Эффективность производства определяется себестоимостью выпуска продукции.

Математическая модель с минимизирующей целевой функцией (4.2) не дает положительного решения. Оптимальный план будет иметь вид, представленный на рис. 4.3.

Вариант 4

В практике планирования часто используют модели, где ограничение на выпуск продукции задается в виде ассортиментного соотношения. Рассмотрим модель с максимизирующей целевой функцией

$$F(x) = \sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^{\delta} x_i^{\delta} \Rightarrow \max \quad (4.20)$$

и ограничениями типа

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_0 A_i = 0; \quad (4.21)$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j = 1, \dots, J. \quad (4.22)$$

Оптимальный план ориентирует предприятие на выпуск продукции в ассортиментном соотношении продукции, произведенной в базисном периоде. Поскольку ресурсы планового периода увеличиваются, объемы производства по всем видам продукции будут больше, чем в

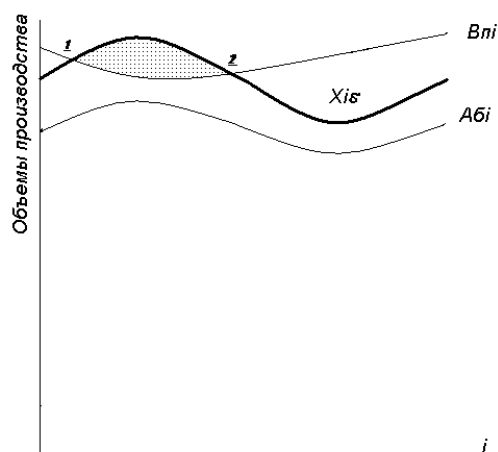


Рис. 4.7

базисном периоде. Переменная y_0 определяет коэффициент прироста ресурсов в плановом периоде. Оптимальный план предприятия будет иметь вид, представленный на рис. 4.7. Особенностью рассматриваемого варианта плана является ориентация предприятия на увеличение объемов производства по

всему ассортименту продукции. Коэффициент прироста объемов производства по всем продуктам одинаковый. Это состояние укрепляет репутацию предприятия на рынке. Недостатком этого плана является игнорирование информации о спросе рынка на продукцию предприятия. Предприятие может произвести продукцию, которая не сможет быть реализованной на рынке (Зона 1 – 2 на рис. 4.7.).

Модель с этими ограничениями с минимизирующей целевой функцией (4.2) не дает решений. Минимум затрат будет достигаться, когда производство продукции будет полностью остановлено. Условие ассортиментного соотношения будет удовлетворяться на уровне разрешающей точности расчетов, т.е. точности работы процессора вычислительного устройства.

Вариант 5

Для того чтобы ориентировать предприятие на удовлетворение заявленной потребности, необходимо в модель ввести данные о спросе на продукцию предприятия. Это можно реализовать с помощью модели

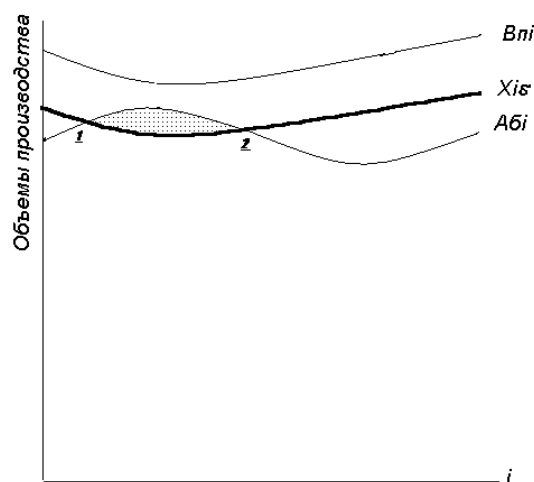
$$F(x) = \sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^{\delta} x_i^{\delta} \Rightarrow \max \quad (4.23)$$

при

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_0 B_i = 0, \quad (4.24)$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j = 1, \dots, J. \quad (4.25)$$

Рассматриваемая математическая модель ориентирует предприятие на полное удовлетворение потребностей рынка в продукции предприятия. Поскольку ресурсы всегда ограничены план выпуска продукции будет приближаться к заявленным объемам продукции (рис. 4.8). Переменная y_0



указывает уровень удовлетворения потребности рынка.

Рис. 4.8

Недостатком этой модели является необоснованное снижение объемов производства некоторых продуктов по сравнению с базисным периодом (Зона 1 – 2, рис. 4.8.). Такое состояние производственной политики предприятия вызывает непредсказуемость его на рынке.

Однако рассматриваемая модель позволяет разработать план, значительно лучший, чем все ранее представленные модели.

Таким образом, математические модели с максимизирующей целевой функцией (максимум прибыли от реализации продукции) позволяют разработать более-менее приемлемые планы для производства, но они не удовлетворяют требованиям генеральной стратегии предприятия – *максимум удовлетворения потребности рынка при минимальных затратах и предсказуемом поведении предприятия на рынке.*

Математические модели с минимизирующей целевой функцией не дают возможности вообще получить более-менее приемлемый производственный план. Они все дают нулевые решения.

4.2. Штрафные функции моделей оптимизации

Прибыль от реализации продукции является функцией трех переменных – удельных затрат на производство продукции, объемов производства продукции и рыночных цен на продукцию предприятия, т.е.

$$\Pi = P(c, x, u). \quad (4.26)$$

В моделях оптимизации производственной программы используются показатели прибыльности единицы продукции (P_i^δ) и себестоимости единицы продукции (C_i^δ). Эти показатели используются при формализации целевых функций (4.1) и (4.2). Они являются коэффициентом при искомым переменных (x_i^δ). Однако, в ограничениях типа

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^\delta - y_i = A_i; \quad (4.27)$$

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^\delta + y_i = B_i \quad (4.28)$$

используются переменные y_i , экономический смысл которых заключается в объемах дополнительного производства продукции по сравнению с объемами производства в базисном периоде (функция 4.27) или объемах неудовлетворенной потребности в продукции предприятия по сравнению с заявленными потребностями рынка (функция 4.28). В вышерассмотренных моделях в целевой функции эта переменная не использовалась. Однако очевидно, что дополнительные объемы производства связаны с дополнительными затратами. Неудовлетворенная потребность рынка – это дополнительные потери производства. Более полный учет условий производства будет отражать целевые функции вида

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max \quad (4.29)$$

или

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min, \quad (4.30)$$

где S_i – штрафной (поощрительный) коэффициент производства дополнительного объема i -го продукта или неудовлетворённой потребности рынка в i -ом продукте.

Выражение $\sum_{i=1}^I S_i y_i$ называется штрафной функцией. Ввод его в целевую функцию значительно расширяет класс математических моделей оптимизации планов производства. По сути, мы снимаем ограничение на использование математических моделей с минимизирующей целевой функцией, расширяем горизонт их применения.

На переменную y_i могут накладываться ограничения типа:

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть больше или равны нулю

$$y_i \geq 0; \quad (4.31)$$

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть не меньше нуля и не больше разности между спросом и предложением на производство продукта

$$0 \leq y_i \leq B_i - A_i; \quad (4.32)$$

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть в ассортиментном соотношении продукции, произведенной в базисном периоде

$$y_i - y_0 A_i = 0; \quad (4.33)$$

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть в ассортиментном соотношении заявленной продукции рынком в плановом периоде

$$y_i - y_0 B_i = 0. \quad (4.34)$$

Штрафной коэффициент S_i целевых функций (4.29) и (4.30) может иметь значение как больше, так и меньше нуля. При этом в моделях с максимизирующей целевой функцией при $S_i > 0$ он выступает как поощрительный коэффициент (поощряет дополнительные объемы производства, поощряет неудовлетворенную потребность рынка). Если же $S_i < 0$, то он выполняет штрафные функции. Он не стимулирует дополнительные объемы производства, не стимулирует рост неудовлетворенной потребности рынка. В моделях с минимизирующей целевой функцией этот коэффициент оказывает обратное воздействие. При

он выполняет штрафные функции. Он не поощряет дополнительные объемы производства продукции, не стимулирует рост неудовлетворенной потребности рынка. Наоборот, при $S_i < 0$ он поощряет дополнительные объемы производства продукции, стимулирует величины неудовлетворенной потребности рынка.

Очевидно, поощрительное действие коэффициента S_i будет осуществляться при $|S_i| > |P_i^\delta|$ и $|S_i| > |C_i^\delta|$. В противном случае этот коэффициент будет выполнять корректирующее воздействие. План будет зависеть от прибыльности или себестоимости выпускаемой продукции.

Ввод в целевую функцию штрафного элемента позволяет реализовать решение задачи, которая сформулирована в начале этого раздела. Модель оптимизации производственной программы должна позволять минимизировать производственные затраты, ориентировать предприятие на максимальное

удовлетворение потребностей внешних потребителей продукции и демонстрировать стабильность развития производства. Оптимальные объемы производства продукции должны быть не меньше, чем в базисном периоде. Дополнительные объемы производства должны быть в ассортиментном соотношении заявленной продукции. Математическая модель, позволяющая выполнить все условия поставленной задачи, имеет вид:

- целевая функция

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min, \quad (4.35)$$

где $S_i > 0$ и $|S_i| > |C_i^{\delta}|$;

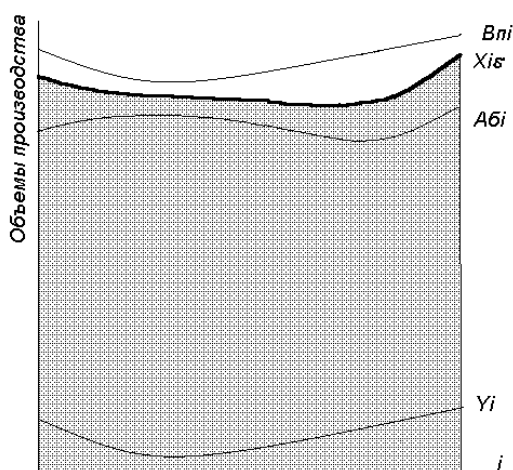
- условия производства конечной продукции

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_i = A_i; \quad (4.36)$$

$$y_i - y_0 B_i = 0; \quad (4.37)$$

- ограничения по используемым ресурсам

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j = 1, \dots, J. \quad (4.38)$$



Внешний вид оптимального плана производства представлен на рис. 4.9. Этот план ориентирует производство на удовлетворение потребности покупателей в продукции предприятия (Вп_i). В план включены технологические способы производства продукции с минимальными затратами.

Рис. 4.9

4.3. Варианты моделей

Учитывая возможные ограничения по выпуску конечной продукции, ограничения по выпуску дополнительных объемов продукции, ограничений по неудовлетворенной потребности в продукции предприятия, а также разновидности целевой функции, можно составить 160 модификаций математических моделей оптимизации плана. Варианты моделей шифруются трехзначным кодом (рис. 4.10).



Рис. 4.10. Структура шифра модели

Признаки ограничений по основным переменным имеют четыре значения :

- 1 – Ограничение (4.12);
- 2 – Ограничение (4.14);
- 3 – Ограничение (4.21);
- 4 – Ограничение (4.24).

Признаки ограничений по дополнительным переменным тоже имеют четыре значения:

- 1 – Ограничение (4.31);
- 2 – Ограничение (4.32);
- 3 – Ограничение (4.33);
- 4 – Ограничение (4.34).

Максимизированных целевых функций имеется пять типов: 0,1,2,3 и 4 и минимизирующих целевых функций – пять типов: 5,6,7,8 и 9. Варианты моделей сведены в таблицу 4.1.

Анализ моделей представляет важный элемент обучения менеджера в принятии решений. В процессе тренинга, получив задание в виде трехзначного шифра модели, менеджер должен определить характер плана, который может быть сформирован по заданной модели. Например, модель 131 имеет следующий вид:

$$\sum_{i=1}^I x_i^{\delta} - y_i = A_i.$$

$$y_i - y_0 B_i = 0.$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j = 1, \dots, J.$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_i S_i y_i \Rightarrow \max;$$

$$S_i > 0; \quad |S_i| > |P_i^{\delta}|.$$

В этой модели известны объемы спроса рынка в продукции предприятия и объемы производства этой продукции в базисном периоде. Располагаемый ресурс Q_j больше, чем был в базисном периоде, но недостаточен для полного удовлетворения спроса рынка. Модель стимулирует дополнительные объемы производства в плановом периоде, поскольку $S_i > 0$. Оптимальный план производства будет определять штрафная функция $\sum_{i=1}^I S_i y_i$, поскольку

$$|S_i| > |P_i^{\delta}|.$$

Оптимальный план, рассчитанный по этой модели, будет иметь вид, представленный на рис. 4.11.

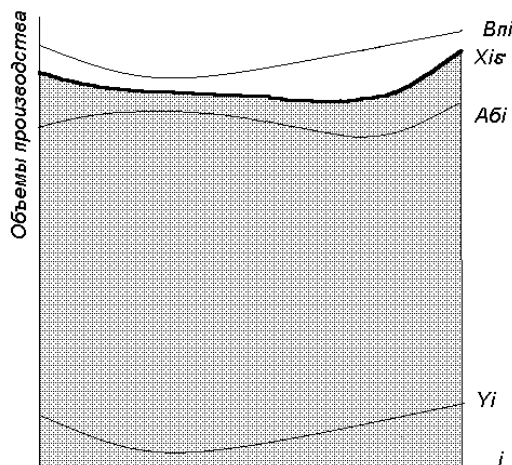


Рис. 4.11. Оптимальный план, рассчитанный по модели 131

На рис. 4.11 отображаются кривые спроса рынка (Bn_i), объемы производства продукции в базисном периоде (Ab_i), дополнительные объемы производства в плановом периоде (y_i) и оптимальный план производства продукции в плановом периоде (X_{is}), рассчитанный по критерию оптимальности – максимум прибыли.

4.4. Планы по вариантам моделей

Несмотря на то, что имеется 160 модификаций моделей оптимизации плана производства, они позволяют разработать всего 12 вариантов плана. Варианты планов сведены в таблицу 4.2. Эта таблица используется для тестирования менеджеров при проведении тренингов.

Таблица 4.1 – Система вариантов математических моделей оптимизации
производственной программы

Ограничения:

$$1. \quad \sum_{i=1}^I x_i^{\delta} - y_i = A_i.$$

$$2. \quad \sum_{i=1}^I x_i^{\delta} + y_i = B_i.$$

$$3. \quad \sum_{i=1}^I x_i^{\delta} - y_0 A_i = 0.$$

$$4. \quad \sum_{i=1}^I x_i^{\delta} - y_0 B_i = 0.$$

$$1. \quad y_i \geq 0.$$

$$2. \quad 0 \leq y_i \leq B_i - A_i.$$

$$3. \quad y_i - y_0 A_i = 0.$$

$$4. \quad y_i - y_0 B_i = 0.$$

Целевые функции:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max; \quad S_i = 0.$$

$$1. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max; \quad S_i > 0; \quad |S_i| > |P_i^{\delta}|.$$

$$2. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max; \quad S_i > 0; \quad |S_i| < |P_i^{\delta}|.$$

$$3. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max; \quad S_i < 0; \quad |S_i| > |P_i^{\delta}|.$$

$$4. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max; \quad S_i < 0; \quad |S_i| < |P_i^{\delta}|.$$

$$5. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min; \quad S_i = 0.$$

$$6. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min; \quad S_i > 0; \quad |S_i| > |C_i^{\delta}|.$$

$$7. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min; \quad S_i > 0; \quad |S_i| < |C_i^{\delta}|.$$

$$8. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min; \quad S_i < 0; \quad |S_i| > |C_i^{\delta}|.$$

$$9. \quad \sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min; \quad S_i < 0; \quad |S_i| < |C_i^{\delta}|.$$

Таблица 4.2 – Планы по вариантам моделей

Индекс модели	Вид плана	Индекс модели	Вид плана	Индекс модели	Вид плана	Индекс модели	Вид плана
110	План 02	210	План 07	310	План 11	410	План 12
111	План 02	211	План 07	311	План 11	411	План 12
112	План 02	212	План 07	312	План 11	412	План 12
113	План 03	213	План 01	313	План 11	413	План 12
114	План 02	214	План 07	314	План 11	414	План 12
115	План 03	215	План 01	315	План 01	415	План 01
116	План 03	216	План 01	316	План 01	416	План 01
117	План 03	217	План 01	317	План 01	417	План 01
118	План 02	218	План 07	318	План 01	418	План 01
119	План 03	219	План 01	319	План 01	419	План 01
120	План 04	220	План 08	320	План 11	420	План 12
121	План 04	221	План 08	321	План 11	421	План 12
122	План 04	222	План 08	322	План 11	422	План 12
123	План 03	223	План 03	323	План 11	423	План 12
124	План 04	224	План 08	324	План 11	424	План 12
125	План 03	225	План 03	325	План 01	425	План 01
126	План 03	226	План 03	326	План 01	426	План 01
127	План 03	227	План 03	327	План 01	427	План 01
128	План 04	228	План 08	328	План 01	428	План 01
129	План 03	229	План 03	329	План 01	429	План 01
130	План 05	230	План 09	330	План 11	430	План 12
131	План 05	231	План 01	331	План 11	431	План 12
132	План 05	232	План 09	332	План 11	432	План 12
133	План 03	233	План 09	333	План 11	433	План 12
134	План 05	234	План 09	334	План 11	434	План 12
135	План 03	235	План 01	335	План 01	435	План 01
136	План 03	236	План 09	336	План 01	436	План 01
137	План 03	237	План 01	337	План 01	437	План 01
138	План 05	238	План 01	338	План 01	438	План 01
139	План 03	239	План 01	339	План 01	439	План 01
140	План 06	240	План 10	340	План 11	440	План 12
141	План 06	241	План 01	341	План 11	441	План 12
142	План 06	242	План 10	342	План 11	442	План 12
143	План 03	243	План 10	343	План 11	443	План 12
144	План 06	244	План 10	344	План 11	444	План 12
145	План 03	245	План 01	345	План 01	445	План 01
146	План 03	246	План 10	346	План 01	446	План 01
147	План 03	247	План 01	347	План 01	447	План 01
148	План 06	248	План 01	348	План 01	448	План 01
149	План 03	249	План 01	349	План 01	449	План 01

4.5. Гистограммы планов по вариантам моделей

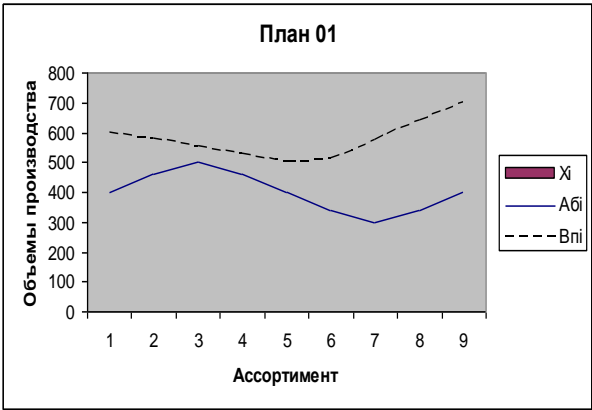


Рис. 4.5.1

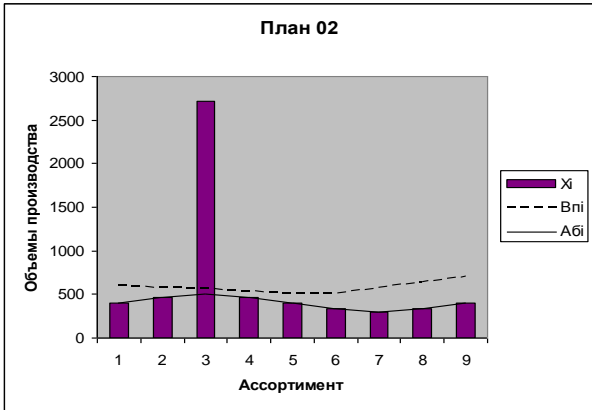


Рис. 4.5.2

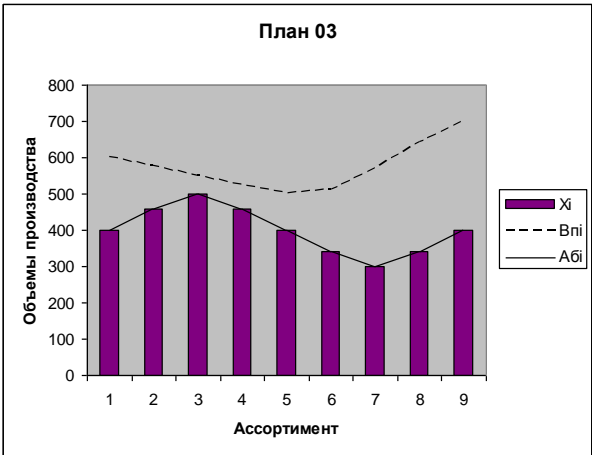


Рис. 4.5.3

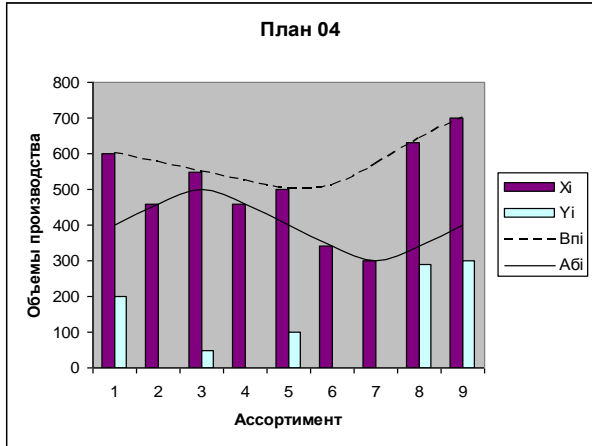


Рис. 4.5.4

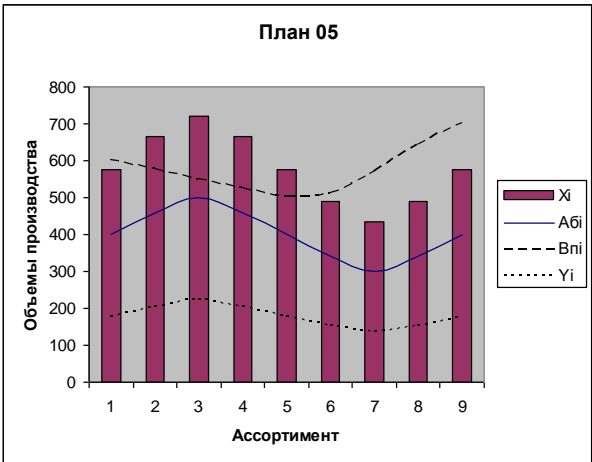


Рис. 4.5.5

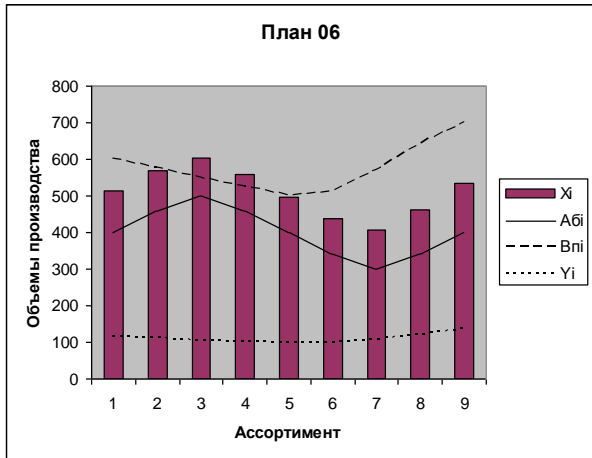


Рис. 4.5.6

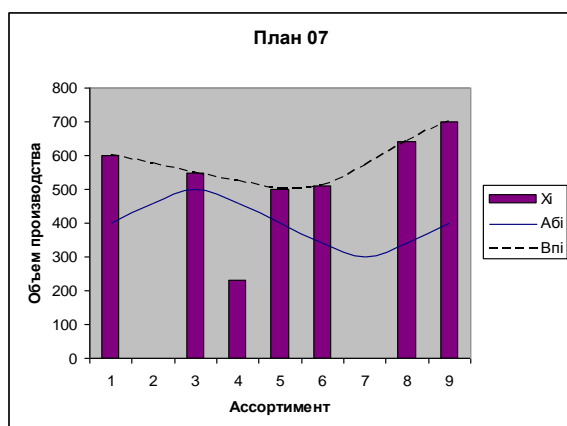


Рис. 4.5.7

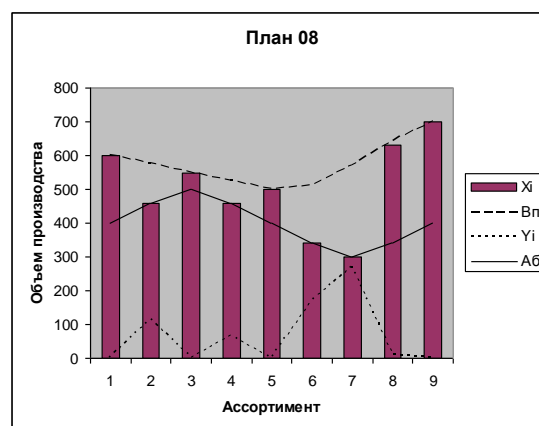


Рис. 4.5.8

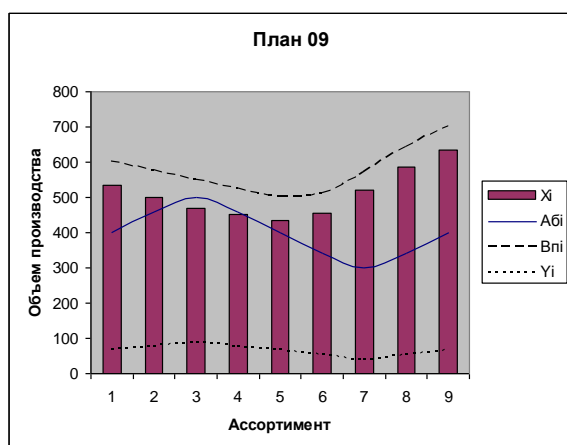


Рис. 4.5.9

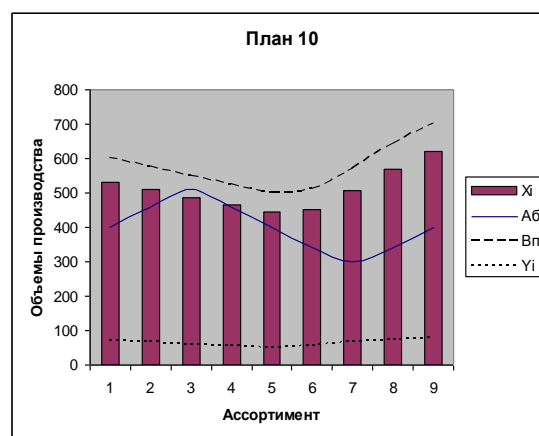


Рис. 4.5.10

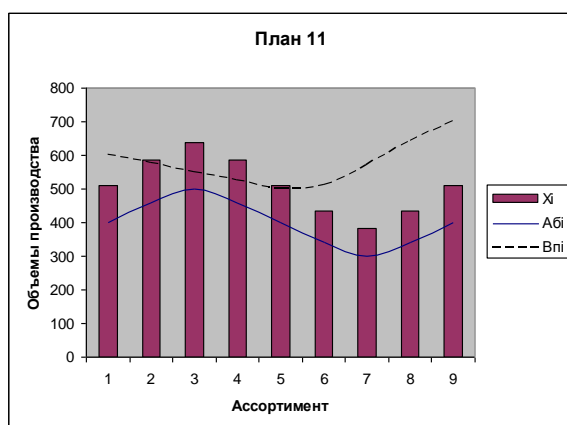


Рис. 4.5.11

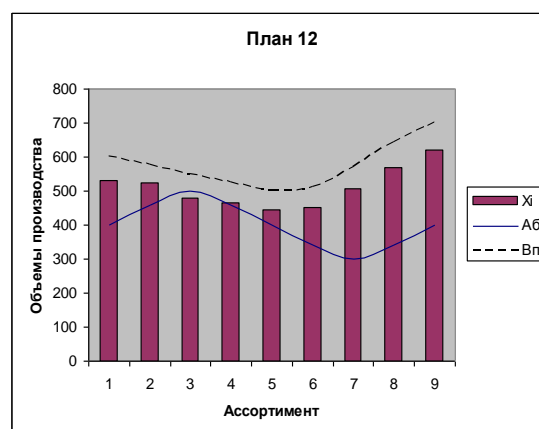


Рис. 4.5.12

Контрольные вопросы

1. Базовые экономико-математические модели планирования производства.
2. Формы ограничений в моделях планирования производства.
3. Сущность штрафной функции в моделях оптимизации производства.
4. Анализ вариантов моделей оптимизации производства.

ГЛАВА 5. МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

5.1. Общая постановка задачи

Центральной задачей разработки плана производства предприятия является оптимизация производственной программы. Производственная программа — это система технико-экономических показателей по выпуску конечной продукции. На выпуск продукции влияют множество различных факторов как внешнего, так и внутреннего характера. Основными из них являются:

- Ассортимент выпускаемой продукции.
- Технологические способы изготовления изделий.
- Выделенные материальные и энергетические ресурсы для производства продукции.
- Располагаемые трудовые ресурсы предприятия.
- Располагаемые производственные мощности предприятия.
- Финансовые ресурсы.

Исходными данными для разработки производственной программы предприятия являются:

- прогнозируемая потребность рынка в конечной продукции предприятия;

- рыночные цены на конечные изделия;
- объем выпуска изделий в базисном периоде;
- нормы расхода материалов, комплектующих изделий на изготовление конечной продукции;
- располагаемые фонды сырья и материалов;
- располагаемые фонды времени технологического оборудования;
- производительность оборудования;
- располагаемые фонды времени рабочих;
- трудоемкость продукции;
- технико-экономические показатели производства в базисном периоде.

5.2. Экономико-математическая модель задачи

Экономико-математическая модель оптимизации производственной программы предприятия представляет собой модель условий оптимизации. Экономико-математическая модель – это совокупность производственных функций, описывающих условия выпуска продукции. К основным условиям производства относятся:

- 1) Условия производства конечной продукции.
- 2) Условия производства товарных полуфабрикатов.
- 3) Условия производства внутренних полуфабрикатов.
- 4) Потребность в сырьевых полуфабрикатах.
- 5) Условия потребления сырья и комплектующих изделий.
- 6) Условия загрузки оборудования.
- 7) Условия использования трудовых ресурсов предприятия.
- 8) Условия использования финансовых ресурсов.
- 9) Условие цели.

Для формализации вышеприведенных условий вводятся следующие обозначения:

Индексы конечной продукции $i = \overline{1, I}$.

Индексы технологических способов изготовления изделий $\sigma = \overline{1, \Gamma}$.

Индексы полуфабрикатов	$l = \overline{1, L}$.
Индекс первичного сырья	$j = \overline{1, J}$.
Оптимальный объем производства i - го продукта σ - тым технологическим способом	X_i^σ .
Норма расхода l - го полуфабриката на i - тый конечный продукт	b_{li} .
Норма расхода j - го сырья на i - тый конечный продукт	b_{ji} .
Потребность в сырье и покупных изделиях	$B_{j(l)}$.
Машинное время h - го вида оборудования на изготовление i - го продукта	t_{hi} .
Располагаемый годовой фонд h - го оборудования	T_h .

5.3. Условия производства конечной продукции.

В моделировании ограничения на допустимые значения переменных решения задачи являются очень важным понятием. Ограничения в реальных управленческих моделях выражаются в числовом виде, но в своей основе имеют физическую, экономическую или даже политическую природу.

Условие производства конечной продукции можно сформулировать в виде следующих ограничений. *Необходимо произвести конечной продукции в объемах не меньше, чем в базисном периоде, и не больше, чем прогнозируемый спрос рынка, т.е.*

$$\sum_{\sigma} X_i^{\sigma} \geq A_{\tilde{\alpha}} \text{ и } \sum_{\sigma} X_i^{\sigma} \leq Q_i \quad (5.1)$$

В канонической форме это выражение будет иметь вид

$$\sum_{\sigma} X_i^{\sigma} - y_i = A_{\tilde{\alpha}}, \quad (5.2)$$

где $0 \leq y_i \leq Q_i - A_{bi}$,

y_i – дополнительный объем производства в плановом периоде.

5.4. Условия производства полуфабрикатов

Полуфабрикаты производства можно разделить на три группы:

- товарные полуфабрикаты;
- внутрипроизводственные полуфабрикаты;
- сырьевые полуфабрикаты.

Товарные полуфабрикаты – это изделия собственного производства, часть которых потребляется на этом же предприятии, а другая часть реализуется на стороне как конечные продукты или запасные части к основной продукции предприятия. Условие производства такой продукции можно сформулировать таким образом. *Необходимо произвести полуфабрикатов в объеме, достаточном как для удовлетворения внутренней потребности предприятия, так и потребности внешних потребителей.* Это условие в формализованном виде выглядит как

$$\sum_{\sigma} X_l^{\sigma} \geq \sum_i \sum_{\sigma} b_{li}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} + A b_l \Rightarrow \sum_{\sigma} X_l^{\sigma} - \sum_i \sum_{\sigma} b_{li}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} - y_1 = A b_l, \quad (5.3)$$

где y_1 – объем производства 1 - го полуфабриката сверх достигнутых объемов в базисном периоде.

Условие изготовления внутрипроизводственных полуфабрикатов представляет собой требование сбалансированности производства и внутреннего потребления продукции предприятия, т.е. *потребность в полуфабрикатах должна удовлетворяться за счет собственного производства.* Это условие имеет вид

$$\sum_{\sigma} X_l^{\sigma} = \sum_i \sum_{\sigma} b_{li}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} \Rightarrow \sum_{\sigma} X_l^{\sigma} - \sum_i \sum_{\sigma} b_{li}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} = 0. \quad (5.4)$$

Сырьевые полуфабрикаты – это изделия, которые частично закупаются предприятием на рынке, а частично изготавливаются на предприятии как

полуфабрикаты для удовлетворения собственной потребности. Условие их изготовления можно сформулировать как следующую задачу. *Полную потребность в полуфабрикатах удовлетворить за счет собственного производства и закупки их на стороне, т. е.*

$$\sum_i \sum_{\sigma} b_{li}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} \leq \sum_{\sigma} X_l^{\sigma} + B_l \Rightarrow - \sum_{\sigma} X_l^{\sigma} + \sum_i \sum_{\sigma} b_{li}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} + y_1 = B_l. \quad (5.5)$$

5.5. Условия удовлетворения потребности в сырье

Потребление сырья и комплектация изделий должно учитываться как для производства конечных изделий, так и для полуфабрикатов. Это условие можно сформулировать в виде следующей задачи. Потребность в сырье и покупных изделиях не должна превосходить располагаемых ресурсов, т.е.

$$\sum_i \sum_{\sigma} b_{ji}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} b_{jl}^{\sigma} \cdot X_l^{\sigma} \leq B_j \Rightarrow \sum_i \sum_{\sigma} b_{ji}^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} b_{jl}^{\sigma} \cdot X_l^{\sigma} + z_j = B_j, \quad (5.6)$$

где z_j – величина неиспользованного j - го вида сырья.

5.6. Условия загрузки оборудования

Производственная мощность предприятия является одним из важнейших факторов, влияющих на объем выпуска продукции. Условие загрузки технологического оборудования можно сформулировать в виде следующей задачи. *Потребность в рабочем времени технологического оборудования на изготовление конечной продукции и полуфабрикатов не должна превосходить располагаемые годовые фонды времени, т.е.*

$$\sum_i \sum_{\sigma} t_{hi} \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} t_{hl} \cdot X_l^{\sigma} \leq T_h \Rightarrow \sum_i \sum_{\sigma} t_{hi} \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} t_{hl} \cdot X_l^{\sigma} + z_h = T_h. \quad (5.7)$$

где z_h – неиспользованный фонд времени h -го вида технологического оборудования.

Условия использования трудовых ресурсов в данном тестовом примере не учитываются с единственной целью – не усложнять задачу.

Финансовые ресурсы предприятия выступают, с одной стороны как ограничение производственной деятельности, с другой – как показатель производственных затрат. На первом этапе оптимизации производственной программы необходимо определить общую сумму производственных затрат. Производственная функция в этом случае имеет вид:

$$\sum_i \sum_{\sigma} c_i^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} c_l^{\sigma} \cdot X_l^{\sigma} - q = 0, \quad (5.8)$$

где q – общая сумма производственных затрат.

5.7. Формализация цели задачи

Разработка оптимальной производственной программы предприятия предполагает определенный критерий оптимизации, т.е. условие оптимальности. Это условие в формализованном виде получило название целевой функции. Критерием оптимальности может быть максимизация или минимизация какого-либо технико-экономического показателя. При разработке производственной программы менеджера предприятия может интересовать объем реализации продукции, прибыль от реализации продукции, производственные затраты и т.п. В данном тестовом примере рассчитывается план производства с условием получения максимума прибыли от реализации конечных продуктов и товарных полуфабрикатов, т.е.

$$F = \sum_i \sum_{\sigma} p_i^{\sigma} \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} (X_l^{\sigma} - \sum_i b_{li} \cdot X_i^{\sigma}) \cdot p_l^{\sigma} \rightarrow \max, \quad (5.9)$$

откуда

$$F = \sum_i \sum_{\sigma} (p_i^{\sigma} - \sum_l b_{li} \cdot p_l^{\sigma}) \cdot X_i^{\sigma} + \sum_l \sum_{\sigma} p_l^{\sigma} \cdot X_l^{\sigma} \rightarrow \max, \quad (5.10)$$

где $p_i^{\sigma} = \Pi_i - C_i^{\sigma}$; $p_l^{\sigma} = \Pi_l - C_l^{\sigma}$.

5.8. Расчетные показатели задачи

В результате оптимизации производственной программы нам необходимо определить следующие показатели:

- объем прибыли, полученной от реализации конечной продукции и товарных полуфабрикатов (целевая функция);
- оптимальный план производства конечной продукции и товарных полуфабрикатов (вектор плана);
- потребность в материальных ресурсах;
- потребность в машинном времени оборудования;
- потребность в финансовых ресурсах;
- эффективность производства конечной продукции и полуфабрикатов;
- эффективность использования сырья, машинного времени оборудования и финансов;
- эффективность технологических процессов;
- границы устойчивости коэффициентов эффективности производства и коэффициентов эффективности использования ресурсов;
- границы устойчивости производственной программы при изменении коэффициентов целевой функции.

5.9. Производственно-экономическая постановка задачи

В качестве примера рассматривается следующая производственная ситуация. На лакокрасочном предприятии производится два вида эмалей (Эм-1 и Эм-2), два вида лаков (Л-1 и Л-2) и смола (См-1). Лаки взаимозаменяемы при

изготовлении конечных продуктов. Для изготовления эмалей и лаков используются два вида растворителей (Р-1 и Р-2). Нормы расходов одних продуктов на другие, выделенные фонды сырья приведены в табл. 5.1. Техно-экономические показатели производства продукции приведены в табл. 5.2. Для изготовления эмалей и лаков используется четыре реактора (Реактор-1, Реактор-2, Реактор-3, Реактор-4). Реакторы 1 и 2 взаимозаменяемы. Производительность реакторов и их годовые фонды времени приведены в табл. 5.2.

Необходимо рассчитать оптимальный план производства, прибыль от реализации продукции и исследовать окрестность оптимума на устойчивость плана и чувствительность его на изменения различных условий производства.

Таблица 5,1 – Ресурсный блок

Сырье	Производство продукции, т.					Располагаемые фонды сырья, т.
	Эм-1	Эм-2	Л-1	Л-2	См-1	
Л-1	(0,8)	(0,7)				—
Л-2	(0,7)	(0,6)				—
См-1			0,8	0,7		2000
Р-1	0,2		0,3		0,2	5800
Р-2		0,3		0,4	0,1	20000

Таблица 5,2 – Техно-экономические показатели

Наименование продукта	Объем про-ва в базисном периоде, тонн.	Прогнозный спрос рынка, тонн.	Прогнозная оптовая цена, грн.	Себестоимость продукции, грн.	
				На лаке 1	На лаке 2
Эм-1	10000	12000	6000	5000	4800
Эм-2	20000	28000	7400	6200	5800
Л-1	500	800	3800	3200	-
Л-2	-	-	-	3000	-
См-1	-	-	-	2600	-

Таблица 5,3 – Блок производственных мощностей

Продукты	Производительность оборудования, час/т			
	Рк-1	Рк-2	Рк-3	Рк-4
Эм-1	(1,0)	(0,2)		
Эм-2	(0,3)	(0,5)		
Л-1			0,3	
Л-2			0,2	
См-1				0,6
Годовой фонд времени оборудования, час	8000	4000	6000	10000

Показатели расхода сырья и машинного времени оборудования, приведенные в таблицах в скобках, показывают взаимозаменяемость этих видов сырья и оборудования.

5.10. Решение задачи

5.10.1. Формирование технологической матрицы

Изготовление эмалей производится на основе взаимозаменяемых лаков (Л-1 и Л-2) и на взаимозаменяемых реакторах (Рк-1 и Рк-2). Следовательно, каждая эмаль может быть изготовлена четырьмя технологическими способами:

Эм-1:

- 1 способ — Рк-1 и Л-1;
- 2 способ — Рк-2 и Л-1;
- 3 способ — Рк-1 и Л-2;
- 4 способ — Рк-2 и Л-2.

Эм-2:

- 1 способ — Рк-1 и Л-1;

2 способ — Рк-2 и Л-1;

3 способ — Рк-1 и Л-2;

4 способ — Рк-2 и Л-2;

Обозначим оптимальные объемы производства эмали Эм-1 этими технологическими способами следующим образом:

$$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}.$$

Оптимальные объемы производства эмали Эм-2 –

$$X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}.$$

Введем обозначения искомых объемов производства полуфабрикатов:

Лак Л-1 — X_{31} .

Лак Л-2 — X_{41} .

Смола СМ-1 — X_{51} .

Подставим исходные данные из таблиц 5.1, 5.2 и 5.3 в производственные функции экономико-математической модели задачи.

Блок производства конечной продукции

$$1 \cdot X_{11} + 1 \cdot X_{12} + 1 \cdot X_{13} + 1 \cdot X_{14} - 1 \cdot Y_1 = 10000;$$

$$1 \cdot X_{21} + 1 \cdot X_{22} + 1 \cdot X_{23} + 1 \cdot X_{24} - 1 \cdot Y_2 = 20000.$$

Блок производства полуфабрикатов

$$1 \cdot X31 - 0,8 \cdot X11 - 0,8 \cdot X12 - 0,7 \cdot X21 - 0,7 \cdot X22 - 1 \cdot Y3 = 500;$$

$$1 \cdot X41 - 0,7 \cdot X13 - 0,7 \cdot X14 - 0,6 \cdot X23 - 0,6 \cdot X24 = 0;$$

$$0,8 \cdot X31 + 0,7 \cdot X41 - 1 \cdot X51 + 1 \cdot Y4 = 2000.$$

Блок использования сырья

$$0,2 \cdot X11 + 0,2 \cdot X12 + 0,2 \cdot X13 + 0,2 \cdot X14 + 0,3 \cdot X31 + 0,2 \cdot X51 + 1 \cdot Z1 = 5800;$$

$$0,3 \cdot X21 + 0,3 \cdot X22 + 0,3 \cdot X23 + 0,3 \cdot X24 + 0,4 \cdot X41 + 0,1 \cdot X51 + 1 \cdot Z2 = 20000.$$

Блок загрузки оборудования

$$1 \cdot X11 + 1 \cdot X13 + 0,3 \cdot X21 + 0,3 \cdot X23 + 1 \cdot Z3 = 8000;$$

$$0,2 \cdot X12 + 0,2 \cdot X14 + 0,5 \cdot X22 + 0,5 \cdot X24 + 1 \cdot Z4 = 4000;$$

$$0,3 \cdot X31 + 0,2 \cdot X41 + 1 \cdot Z5 = 6000;$$

$$0,6 \cdot X51 + 1 \cdot Z6 = 10000.$$

Блок производственных затрат

$$\begin{aligned} &5000 \cdot X11 + 5000 \cdot X12 + 4800 \cdot X13 + 4800 \cdot X14 + \\ &6200 \cdot X21 + 6200 \cdot X22 + 5800 \cdot X23 + 5800 \cdot X24 + \\ &3200 \cdot X31 + 3000 \cdot X41 + 2600 \cdot X51 - 1 \cdot Z7 = 0. \end{aligned}$$

Целевая функция

Коэффициенты целевой функции рассчитываются по формуле (5.10)

$$\begin{aligned} &520 \cdot X11 + 520 \cdot X12 + 1200 \cdot X13 + 1200 \cdot X14 + \\ &780 \cdot X21 + 780 \cdot X22 + 1600 \cdot X23 + 1600 \cdot X24 + 600 \cdot X31 \Rightarrow \max \end{aligned}$$

Следующим этапом решения задачи является составление таблицы коэффициентов при неизвестных вышеприведенных уравнениях. Такая таблица получила название – технологическая матрица исходных данных. Технологическая матрица рассматриваемой задачи представлена в виде табл. 5.4.

Формирование технологической матрицы на листе бумаги – вовсе не обязательный этап решения поставленной задачи. Его можно опустить и перейти сразу к формированию электронной технологической матрицы. Но опыт показывает, что при отсутствии практических навыков решения подобных задач менеджерами допускаются множество различных ошибок, которые трудно потом выявить и устранить. Технологическая матрица на бумаге позволяет руководителю учебного процесса своевременно выявить и устранить ошибки разработчика.

5.10.2. Машинный алгоритм решения задачи

В рассматриваемой многовариантной задаче искомые переменные линейно зависят от параметров используемых ресурсов, поэтому решение задачи можно осуществить с помощью методов математического программирования.

Для решения поставленной задачи используем надстройку Excel «Поиск решения». Структура исходных данных задачи в электронной виде отражена на рис. 5.1,

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Ресурсный блок																	
2	Сырье	Производство продукции, т.					Располагаемые фонды сырья, т.											
3		Зм-1	Зм-2	Л-1	Л-2	См-1												
4		Л-1	0,8	0,7														
5		Л-2	0,7	0,6														
6		См-1			0,8	0,7												
7		Р-1	0,2		0,3			0,2										
8		Р-2		0,3		0,4		0,1										
9								Технико-экономические показатели										
10									Продукты	Объем про-ва в базисном периоде, т.	Прогнозный спрос рынка, т.	Прогнозная цена, грн.	Себестоимость продукции, грн.					
11													На лаке 1	На лаке 2				
12									Зм-1	10000	12000	6000	5000	4800				
13									Зм-2	20000	28000	7400	6200	5800				
14									Л-1	500	800	3800	3200					
15									Л-2				3000					
16									См-1				2600					
17								Блок производственной мощности										
18									Продукты	Производительность оборудования, час./т.								
19										Рк-1	Рк-2	Рк-3	Рк-1					
20										Зм-1	1	0,2						
21										Зм-2	0,3	0,5						
22										Л-1			0,3					
23									Л-1			0,2						
24									См-1					0,6				
25									Годовой фонд времени, час.	8000	4000	6000	10000					
26																		

Рис. 5.1. Исходные данные на листе рабочей книги Excel

Исходные данные, представленные на листе Excel в виде нескольких таблиц, должны быть размещенными таким образом, чтобы внесения изменений в одну таблицу не изменяли формы других таблиц. Технологическая матрица должна быть размещена на отдельном листе рабочей книги Excel. Данные электронной технологической матрицы представляют собой ссылки на исходные данные, размещенные на отдельном листе. Фрагмент технологической матрицы в электронном виде отображен на рис. 5.2.

Показатели прибыли (строка 15) рассчитываются по формуле (1.10). В формате Excel эти формулы для расчета прибыли будут иметь вид:

$$\text{Переменная } X11: = (\text{Лист1!}\$K\$12 - \text{Лист1!}\$L\$12) - \text{Лист1!}\$B\$4 \cdot (\text{Лист1!}\$K\$14 - \text{Лист1!}\$L\$14);$$

$$\text{Переменная } X12: = (\text{Лист1!}\$K\$12 - \text{Лист1!}\$L\$12) - \text{Лист1!}\$B\$4 \cdot (\text{Лист1!}\$K\$14 - \text{Лист1!}\$L\$14);$$

$$\text{Переменная } X13: = \text{Лист1!}\$K\$12 - \text{Лист1!}\$M\$12;$$

$$\text{Переменная } X14: = \text{Лист1!}\$K\$12 - \text{Лист1!}\$M\$12;$$

$$\text{Переменная } X21: = (\text{Лист1!}\$K\$13 - \text{Лист1!}\$L\$13) - \text{Лист1!}\$C\$4 \cdot (\text{Лист1!}\$K\$14 - \text{Лист1!}\$L\$14);$$

$$\text{Переменная } X22: = (\text{Лист1!}\$K\$13 - \text{Лист1!}\$L\$13) - \text{Лист1!}\$C\$4 \cdot (\text{Лист1!}\$K\$14 - \text{Лист1!}\$L\$14);$$

$$\text{Переменная } X23: = \text{Лист1!}\$K\$13 - \text{Лист1!}\$M\$13;$$

$$\text{Переменная } X24: = \text{Лист1!}\$K\$13 - \text{Лист1!}\$M\$13;$$

$$\text{Переменная } X31: = \text{Лист1!}\$K\$13 - \text{Лист1!}\$M\$13.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Технологическая матрица оптимизации производственной программы							
2		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23
3	Эмаль-1	1	1	1	1			
4	Эмаль-2					1	1	1
5	Лак-1	=Лист1!\$B\$4	=Лист1!\$B\$4			=Лист1!\$C\$4	=Лист1!\$C\$4	
6	Лак-2			=Лист1!\$B\$5	=Лист1!\$B\$5			=Лист1!\$C\$5
7	Смола-1							
8	Раствор-1	=Лист1!\$B\$7	=Лист1!\$B\$7	=Лист1!\$B\$7	=Лист1!\$B\$7			
9	Раствор-2					=Лист1!\$C\$8	=Лист1!\$C\$8	=Лист1!\$C\$8
10	Реактор-1	=Лист1!\$O\$20		=Лист1!\$O\$20		=Лист1!\$O\$21		=Лист1!\$O\$21
11	Реактор-2		=Лист1!\$P\$20		=Лист1!\$P\$20		=Лист1!\$P\$21	
12	Реактор-3							
13	реактор-4							
14	Себест	=Лист1!\$L\$12	=Лист1!\$L\$12	=Лист1!\$M\$12	=Лист1!\$M\$12	=Лист1!\$L\$13	=Лист1!\$L\$13	=Лист1!\$M\$13
15	Прибыль	=Лист1!\$K\$12-Лист1!\$L\$12	=Лист1!\$K\$12-Лист1!\$L\$12	=Лист1!\$K\$12-Лист1!\$M\$12	=Лист1!\$K\$12-Лист1!\$M\$12	=Лист1!\$K\$13-Лист1!\$L\$13	=Лист1!\$K\$13-Лист1!\$L\$13	=Лист1!\$K\$13-Лист1!\$M\$13
16	Опт.план							
17								

Рис. 5.2. Фрагмент электронной технологической матрицы

Структура исходных данных в электронной таблице должна быть такой же, как структура технологической матрицы, представленной в табл. 5.4. Фрагмент электронной таблицы Microsoft Excel изображен на рис. 5.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	Технологическая матрица оптимизации производственной программы																		
2		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X41	X51	Y1	Y2	Y3	Y4	Z1	Z2	Z3
3	Эмаль-1	1	1	1	1								-1						
4	Эмаль-2					1	1	1	1					-1					
5	Лак-1	-0,8	-0,8			-0,7	-0,7			1					-1				
6	Лак-2			-0,7	-0,7			-0,6	-0,6		1								
7	Смола-1									0,8	0,7	-1				1			
8	Раствор-1	0,2	0,2	0,2	0,2					0,3		0,2					1		
9	Раствор-2					0,3	0,3	0,3	0,3		0,4	0,1						1	
10	Реактор-1	1		1		0,3		0,3											1
11	Реактор-2		0,2		0,2		0,5		0,5										
12	Реактор-3									0,3	0,2								
13	реактор-4											0,6							
14	Себест	5000	5000	4800	4800	6200	6200	5800	5800	3200	3000	2600							
15	Прибыль	520	520	1200	1200	780	780	1600	1600	600									
16	Опт.план																		

Рис. 5.3. Электронная таблица Microsoft Excel.

После ввода исходных данных в электронную таблицу необходимо выделить строку для искоемых переменных — **Опт.план**. Для размещения значений искоемых переменных выделим в строке 16 ячейки диапазона B15:W15. В результате решения задачи в этой строке будут отражены значения искоемых переменных, т.е. искомый вектор оптимальной производственной программы.

Ниже строки **Опт.план** необходимо выделить поле для размещения модели задачи. Для этого необходимо в буфер памяти скопировать электронную технологическую матрицу (диапазон A2:W15) и вставить ее в

поле, начиная с ячейки A18. Диапазон B19:W31 необходимо обнулить. Далее необходимо ввести расчетные формулы модели. Ввод формул начинают с ячейки B19. В нее необходимо записать выражение

$$=B\$16 \cdot B3.$$

Эту формулу необходимо размножить сначала в диапазоне ячеек B19:B31, а затем в диапазоне ячеек C19:W31. В ячейку X19 необходимо записать формулу

$$=СУММ(B19:W19)$$

и размножить ее в ячейках X20:X31. Закончив ввод формул, необходимо установить курсор на ячейке X31. Этой операцией вы указываете на то, что в эту ячейку должно быть занесено расчетное значение целевой функции. Подготовленная электронная технологическая матрица для решения задачи будет иметь вид, представленный на рис. 5.4 и рис. 5.5.

B19 ▾ = =B\$16*B3										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Технологическая матрица оптимизации производственной программы									
2		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31
3	Эмаль-1	1	1	1	1					
4	Эмаль-2					1	1	1	1	
5	Лак-1	=-Лист1!\$B\$4	=-Лист1!\$B\$4			=-Лист1!\$C\$4	=-Лист1!\$C\$4			1
6	Лак-2			=-Лист1!\$B\$5	=-Лист1!\$B\$5			=-Лист1!\$C\$5	=-Лист1!\$C\$5	
7	Смола-1									=Лис
8	Раствор-1	=Лист1!\$B\$7	=Лист1!\$B\$7	=Лист1!\$B\$7	=Лист1!\$B\$7					=Лис
9	Раствор-2					=Лист1!\$C\$8	=Лист1!\$C\$8	=Лист1!\$C\$8	=Лист1!\$C\$8	
10	Реактор-1	=Лист1!\$O\$20		=Лист1!\$O\$20		=Лист1!\$O\$21		=Лист1!\$O\$21		
11	Реактор-2		=Лист1!\$P\$20		=Лист1!\$P\$20		=Лист1!\$P\$21		=Лист1!\$P\$21	
12	Реактор-3									=Лис
13	реактор-4									
14	Себест	=Лист1!\$L\$12	=Лист1!\$L\$12	=Лист1!\$M\$12	=Лист1!\$M\$12	=Лист1!\$L\$13	=Лист1!\$L\$13	=Лист1!\$M\$13	=Лист1!\$M\$13	=Лис
15	Прибыль	=(Лист1!\$K\$12-Л	=(Лист1!\$K\$12-Л	=Лист1!\$K\$12	=Лист1!\$K\$12	=(Лист1!\$K\$13	=(Лист1!\$K\$13	=Лист1!\$K\$13	=Лист1!\$K\$13	=Лис
16	Опт.план									
17										
18		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31
19	Эмаль-1	=B\$16*B3	=C\$16*C3	=D\$16*D3	=E\$16*E3	=F\$16*F3	=G\$16*G3	=H\$16*H3	=I\$16*I3	=J\$1
20	Эмаль-2	=B\$16*B4	=C\$16*C4	=D\$16*D4	=E\$16*E4	=F\$16*F4	=G\$16*G4	=H\$16*H4	=I\$16*I4	=J\$1
21	Лак-1	=B\$16*B5	=C\$16*C5	=D\$16*D5	=E\$16*E5	=F\$16*F5	=G\$16*G5	=H\$16*H5	=I\$16*I5	=J\$1
22	Лак-2	=B\$16*B6	=C\$16*C6	=D\$16*D6	=E\$16*E6	=F\$16*F6	=G\$16*G6	=H\$16*H6	=I\$16*I6	=J\$1
23	Смола-1	=B\$16*B7	=C\$16*C7	=D\$16*D7	=E\$16*E7	=F\$16*F7	=G\$16*G7	=H\$16*H7	=I\$16*I7	=J\$1
24	Раствор-1	=B\$16*B8	=C\$16*C8	=D\$16*D8	=E\$16*E8	=F\$16*F8	=G\$16*G8	=H\$16*H8	=I\$16*I8	=J\$1
25	Раствор-2	=B\$16*B9	=C\$16*C9	=D\$16*D9	=E\$16*E9	=F\$16*F9	=G\$16*G9	=H\$16*H9	=I\$16*I9	=J\$1
26	Реактор-1	=B\$16*B10	=C\$16*C10	=D\$16*D10	=E\$16*E10	=F\$16*F10	=G\$16*G10	=H\$16*H10	=I\$16*I10	=J\$1
27	Реактор-2	=B\$16*B11	=C\$16*C11	=D\$16*D11	=E\$16*E11	=F\$16*F11	=G\$16*G11	=H\$16*H11	=I\$16*I11	=J\$1
28	Реактор-3	=B\$16*B12	=C\$16*C12	=D\$16*D12	=E\$16*E12	=F\$16*F12	=G\$16*G12	=H\$16*H12	=I\$16*I12	=J\$1
29	реактор-4	=B\$16*B13	=C\$16*C13	=D\$16*D13	=E\$16*E13	=F\$16*F13	=G\$16*G13	=H\$16*H13	=I\$16*I13	=J\$1
30	Себест	=B\$16*B14	=C\$16*C14	=D\$16*D14	=E\$16*E14	=F\$16*F14	=G\$16*G14	=H\$16*H14	=I\$16*I14	=J\$1
31	Прибыль	=B\$16*B15	=C\$16*C15	=D\$16*D15	=E\$16*E15	=F\$16*F15	=G\$16*G15	=H\$16*H15	=I\$16*I15	=J\$1

Рис. 5.4. Электронная технологическая матрица (часть 1)

=СУММ(B19:W19)										
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Y2	Y3	Y4	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Огран
-1										=Лист1!\$I\$12
	-1									=Лист1!\$I\$13
										=Лист1!\$I\$14
		1								=Лист1!\$O\$5
			1							=Лист1!\$O\$6
				1						=Лист1!\$O\$7
					1					=Лист1!\$O\$8
						1				=Лист1!\$O\$25
							1			=Лист1!\$P\$25
								1		=Лист1!\$Q\$25
									1	=Лист1!\$R\$25
									-1	0
										Max
Y2	Y3	Y4	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Огран
=N\$16*N3	=O\$16*O3	=P\$16*P3	=Q\$16*Q3	=R\$16*R3	=S\$16*S3	=T\$16*T3	=U\$16*U3	=V\$16*V3	=W\$16*W3	=СУММ(B19:W19)
=N\$16*N4	=O\$16*O4	=P\$16*P4	=Q\$16*Q4	=R\$16*R4	=S\$16*S4	=T\$16*T4	=U\$16*U4	=V\$16*V4	=W\$16*W4	=СУММ(B20:W20)
=N\$16*N5	=O\$16*O5	=P\$16*P5	=Q\$16*Q5	=R\$16*R5	=S\$16*S5	=T\$16*T5	=U\$16*U5	=V\$16*V5	=W\$16*W5	=СУММ(B21:W21)
=N\$16*N6	=O\$16*O6	=P\$16*P6	=Q\$16*Q6	=R\$16*R6	=S\$16*S6	=T\$16*T6	=U\$16*U6	=V\$16*V6	=W\$16*W6	=СУММ(B22:W22)
=N\$16*N7	=O\$16*O7	=P\$16*P7	=Q\$16*Q7	=R\$16*R7	=S\$16*S7	=T\$16*T7	=U\$16*U7	=V\$16*V7	=W\$16*W7	=СУММ(B23:W23)
=N\$16*N8	=O\$16*O8	=P\$16*P8	=Q\$16*Q8	=R\$16*R8	=S\$16*S8	=T\$16*T8	=U\$16*U8	=V\$16*V8	=W\$16*W8	=СУММ(B24:W24)
=N\$16*N9	=O\$16*O9	=P\$16*P9	=Q\$16*Q9	=R\$16*R9	=S\$16*S9	=T\$16*T9	=U\$16*U9	=V\$16*V9	=W\$16*W9	=СУММ(B25:W25)
=N\$16*N10	=O\$16*O1	=P\$16*P10	=Q\$16*Q10	=R\$16*R10	=S\$16*S10	=T\$16*T10	=U\$16*U10	=V\$16*V10	=W\$16*W10	=СУММ(B26:W26)
=N\$16*N11	=O\$16*O1	=P\$16*P11	=Q\$16*Q11	=R\$16*R11	=S\$16*S11	=T\$16*T11	=U\$16*U11	=V\$16*V11	=W\$16*W11	=СУММ(B27:W27)
=N\$16*N12	=O\$16*O1	=P\$16*P12	=Q\$16*Q12	=R\$16*R12	=S\$16*S12	=T\$16*T12	=U\$16*U12	=V\$16*V12	=W\$16*W12	=СУММ(B28:W28)
=N\$16*N13	=O\$16*O1	=P\$16*P13	=Q\$16*Q13	=R\$16*R13	=S\$16*S13	=T\$16*T13	=U\$16*U13	=V\$16*V13	=W\$16*W13	=СУММ(B29:W29)
=N\$16*N14	=O\$16*O1	=P\$16*P14	=Q\$16*Q14	=R\$16*R14	=S\$16*S14	=T\$16*T14	=U\$16*U14	=V\$16*V14	=W\$16*W14	=СУММ(B30:W30)
=N\$16*N15	=O\$16*O1	=P\$16*P15	=Q\$16*Q15	=R\$16*R15	=S\$16*S15	=T\$16*T15	=U\$16*U15	=V\$16*V15	=W\$16*W15	=СУММ(B31:W31)

Рис. 5.4. Электронная технологическая матрица (часть 2)

После ввода исходных данных и расчетных формул необходимо задать параметры решения задачи. Для этого необходимо активизировать надстройку Поиск решения. В корневом меню Microsoft Excel необходимо выбрать пункт Сервис → Поиск решения. Откроется диалоговое окно, вид которого представлен на рис. 5.6.

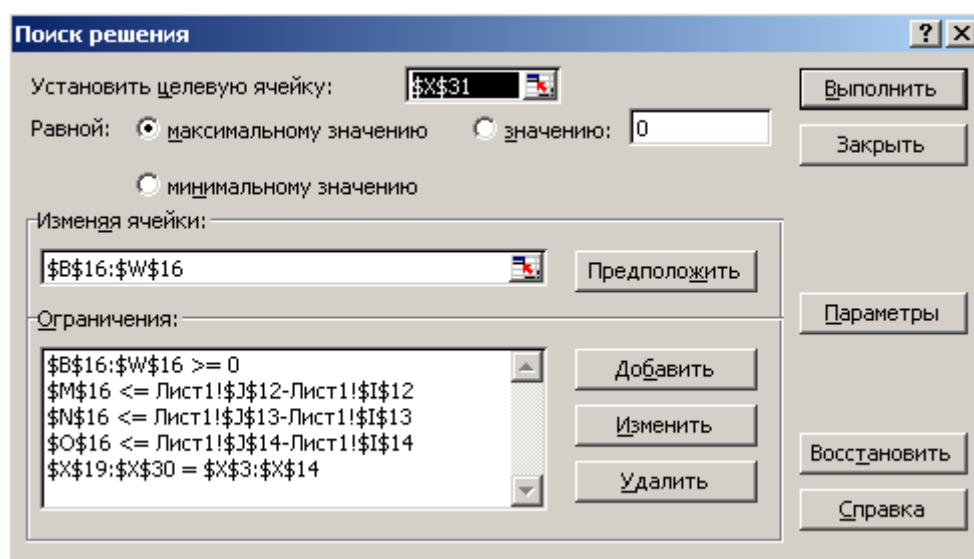


Рис.5.6. Вид диалогового окна Поиск решения

С помощью этого окна необходимо установить:

- целевую ячейку;
- характер целевой функции;
- диапазон изменяемых ячеек;
- характер и значения ограничений.

В поле Установить целевую ячейку необходимо записать — \$X\$31. Установить переключатель характера целевой функции в положение Равной максимальному значению. В окне Изменяя ячейки необходимо указать диапазон ячеек, которые отведены для искомых переменных. Искомыми переменными в нашей задаче являются значения объемов производства

продукции различными технологическими способами. Необходимо ввести запись — \$B\$16:\$W\$16.

Далее необходимо ввести значения ограничений задачи. Ограничения вводятся последовательно по каждому условию производства. Для ввода ограничений необходимо нажать кнопку **Добавить**. В результате откроется дополнительное диалоговое окно **Добавить ограничения** (рис. 5,7).

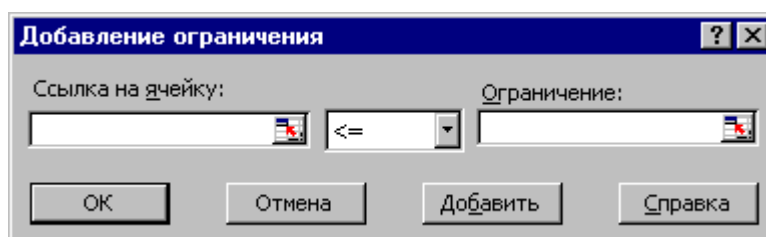


Рис. 5.7. Диалоговое окно **Добавление ограничений**

В это диалоговое окно необходимо ввести: ссылку на диапазон ячеек, оператор ограничения и значение ограничения. Ограничения выглядят следующим образом:

$\$B\$16:\$W\$16 \geq 0$

$\$M\$16 \leq \text{Лист1!}\$J\$12 - \text{Лист1!}\$I\12

$\$N\$16 \leq \text{Лист1!}\$J\$13 - \text{Лист1!}\$I\13

$\$O\$16 \leq \text{Лист1!}\$J\$14 - \text{Лист1!}\$I\14

$\$X\$19:\$X\$30 = \$X\$3:\$X\14

После ввода этих ограничений необходимо ввести дополнительные параметры решения задачи. Для этого необходимо нажать на кнопку **Параметры**. В результате откроется новое диалоговое окно (рис.5.8). В этом окне необходимо ввести следующие параметры:

- максимальное время решения задачи;
- число итераций;
- точность расчетов;
- допустимое отклонение от оптимума;

- характер модели;
- вид масштабирования расчетных показателей;
- метод решения задачи.

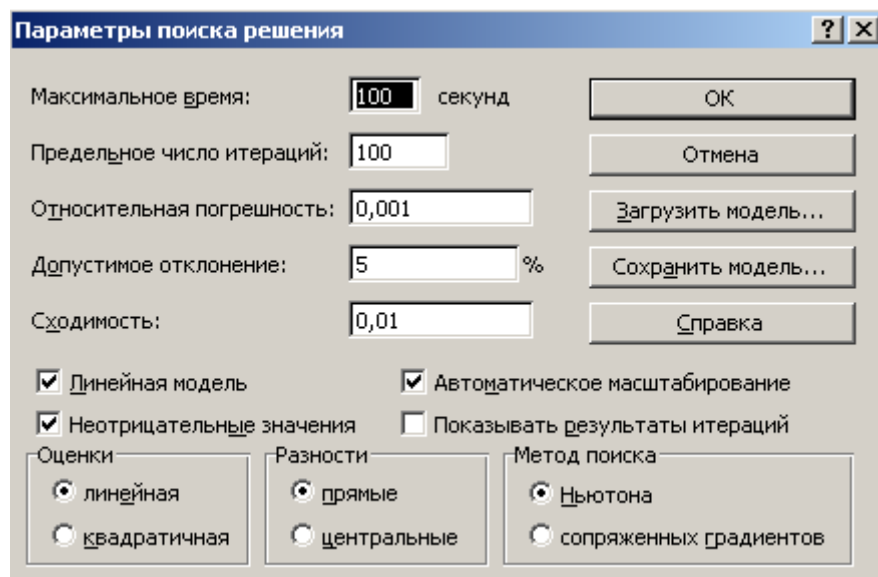


Рис. 5.8. Диалоговое окно Параметры поиска решения

После ввода этих параметров необходимо вернуться в диалоговое окно Поиск решения, нажав кнопку ОК. В основном диалоговом окне необходимо выполнить команду Выполнить.

В диалоговом окне Результаты поиска решения будет отображаться ход решения задачи. Расчет задачи заканчивается выводом на экран сообщения о том, что оптимальное решение найдено (рис. 5.9).

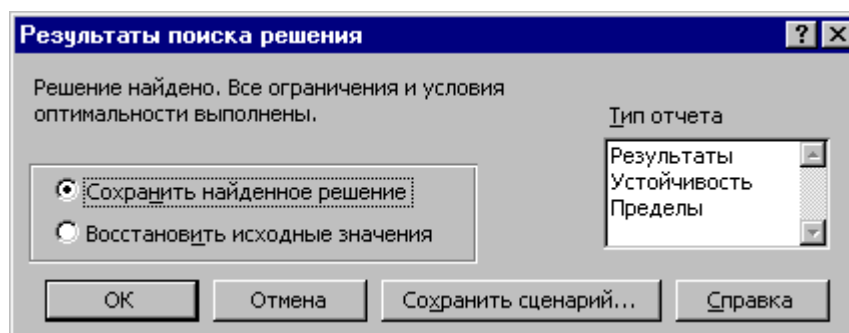


Рис. 5.9. Диалоговое окно Результаты поиска решения

После решения задачи предоставляется возможность выбрать дальнейший путь использования результатов решения задачи:

- заменить исходные значения в изменяемых ячейках на те, которые были получены в результате решения задачи;
- восстановить исходные значения в изменяемых ячейках;
- вывести на печать три отчета по результатам поиска решения задачи.

В результате решения задачи все формулы технологической матрицы заменяются расчетными показателями. Технологическая матрица после решения задачи приобретает вид, отраженный в таб. 5.8. В ней отражаются расчетные показатели задачи, представляющие интерес для менеджера производства.

В строку **Опт.план** вносятся значения искомых переменных задачи. В таблице модели отражены значения показателей баланса производства конечной продукции и использования ресурсов (сырья, полуфабрикатов, оборудования и финансовых средств). В ячейке переменной **Z7** строки **Себест.** отражается значение общих производственных затрат. В строке **Прибыль** отражаются значения прибыли от реализации каждого конечного продукта. В этой же строке в ячейке **Огран.** отражаются значения целевой функции – максимум прибыли от реализации товарной продукции.

Кроме данных технологической матрицы, надстройка **Поиск решения** позволяет сформировать три типа отчетов:

- Отчет по результатам;
- Отчет по пределам;
- Отчет по устойчивости.

Для этого необходимо левой кнопкой мыши щелкнуть в окне **Тип отчета** в позициях **Результаты**, **Устойчивость** и **Пределы** и нажать кнопку **ОК**. Отчеты будут помещены на новых рабочих листах: Активизируя последовательно эти листы, можно вывести отчеты на печать. Структура этих отчетов приведена в виде таблиц 5.5, 5.6 и 5.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Технологическая матрица оптимизации производственной программы										
2		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X41
3	Эмаль-1	1	1	1	1						
4	Эмаль-2					1	1	1	1		
5	Лак-1	-0,8	-0,8			-0,7	-0,7			1	
6	Лак-2			-0,7	-0,7			-0,6	-0,6		1
7	Смола-1									0,8	0,7
8	Раствор-1	0,2	0,2	0,2	0,2					0,3	
9	Раствор-2					0,3	0,3	0,3	0,3		0,4
10	Реактор-1	1		1		0,3		0,3			
11	Реактор-2		0,2		0,2		0,5		0,5		
12	Реактор-3									0,3	0,2
13	реактор-4										
14	Себест	5000	5000	4800	4800	6200	6200	5800	5800	3200	3000
15	Прибыль	520	520	1200	1200	780	780	1600	1600	600	
16	Опт.план	231,53	0,00	0,00	11699,64	0,00	0,00	25894,91	2105,09	685,22	24989,75
17											
18		X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X41
19	Эмаль-1	231,5	0,0	0	11699,6	0	0	0	0	0	0
20	Эмаль-2	0,0	0,0	0	0,0	0	0	25894,9	2105,1	0	0
21	Лак-1	-185,2	0,0	0	0,0	0	0	0,0	0,0	685,2	0
22	Лак-2	0,0	0,0	0	-8189,7	0	0	-15536,9	-1263,1	0,0	24989,7
23	Смола-1	0,0	0,0	0	0,0	0	0	0,0	0,0	548,2	17492,8
24	Раствор-1	46,3	0,0	0	2339,9	0	0	0,0	0,0	205,6	0,0
25	Раствор-2	0,0	0,0	0	0,0	0	0	7768,5	631,5	0,0	9995,9
26	Реактор-1	231,5	0,0	0	0,0	0	0	7768,5	0,0	0,0	0,0
27	Реактор-2	0,0	0,0	0	2339,9	0	0	0,0	1052,5	0,0	0,0
28	Реактор-3	0,0	0,0	0	0	0	0	0	0	205,6	4997,9
29	реактор-4	0,0	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	Себест	1157628,13	0,00	0,00	56158283,67	0,00	0,00	150190504,57	12209495,43	2192705,60	74969249,11
31	Прибыль	120393,33	0,00	0,00	14039570,92	0,00	0,00	41431863,33	3368136,67	411132,30	0,00

Рис. 5.10. Результаты решения задачи (часть 1)

L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
X51	Y1	Y2	Y3	Y4	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Огран
	-1											10000
		-1										20000
			-1									500
												0
-1				1								2000
0,2					1							5800
0,1						1						20000
							1					8000
								1				4000
									1			6000
0,6										1		10000
2600											-1	0
												Max
16041,00	1931,17	8000,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	607,53	796,48	375,40	338584469,61	
X51	Y1	Y2	Y3	Y4	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Огран
0	-1931,168	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10000
0	0	-8000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	500
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-16041,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2000
3208	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5800
1604	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8000
0	0	0	0	0	0	0	0	607,529	0	0	0	4000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	796,484	0	0	6000
9624,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	375,399	0	10000
41706603,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-338584469,61	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	59371096,54

Рис. 5.10. Результаты решения задачи (часть 2)

Таблица 5.5. Отчет по результатам

Microsoft Excel 9.0 Отчет по результатам

Рабочий лист: [Программа.xls]Лист6

Отчет создан: 02.03.2009 22:09:01

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
\$X\$31	Прибыль Огран	0	59371096,54

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
\$B\$16	Опт.план X11	0,0	231,5
\$C\$16	Опт.план X12	0	0
\$D\$16	Опт.план X13	0	0
\$E\$16	Опт.план X14	0,0	11699,6
\$F\$16	Опт.план X21	0	0
\$G\$16	Опт.план X22	0	0
\$H\$16	Опт.план X23	0,0	25894,9
\$I\$16	Опт.план X24	0,0	2105,1
\$J\$16	Опт.план X31	0,0	685,2
\$K\$16	Опт.план X41	0,0	24989,7
\$L\$16	Опт.план X51	0	16041,0
\$M\$16	Опт.план Y1	0	1931,2
\$N\$16	Опт.план Y2	0	8000,0
\$O\$16	Опт.план Y3	0	0
\$P\$16	Опт.план Y4	0	0
\$Q\$16	Опт.план Z1	0	0
\$R\$16	Опт.план Z2	0	0
\$S\$16	Опт.план Z3	0	0
\$T\$16	Опт.план Z4	0	607,5
\$U\$16	Опт.план Z5	0	796,5
\$V\$16	Опт.план Z6	0	375,4
\$W\$16	Опт.план Z7	0	338584469,61

Ограничения

Продолжение таблицы 5.5

Ячейка	Имя	Значение	формула	Статус	Разница
\$X\$19	Эмаль-1 Огран	10000	$\$X\$19=\$X\3	не связан.	0
\$X\$20	Эмаль-2 Огран	20000	$\$X\$20=\$X\4	не связан.	0
\$X\$21	Лак-1 Огран	500	$\$X\$21=\$X\5	не связан.	0
\$X\$22	Лак-2 Огран	0	$\$X\$22=\$X\6	не связан.	0
\$X\$23	Смола-1 Огран	2000	$\$X\$23=\$X\7	не связан.	0
\$X\$24	Раствор-1 Огран	5800	$\$X\$24=\$X\8	не связан.	0
\$X\$25	Раствор-2 Огран	20000	$\$X\$25=\$X\9	не связан.	0
\$X\$26	Реактор-1 Огран	8000	$\$X\$26=\$X\10	не связан.	0
\$X\$27	Реактор-2 Огран	4000	$\$X\$27=\$X\11	не связан.	0
\$X\$28	Реактор-3 Огран	6000	$\$X\$28=\$X\12	не связан.	0
\$X\$29	реактор-4 Огран	10000	$\$X\$29=\$X\13	не связан.	0
\$X\$30	Себест Огран	0	$\$X\$30=\$X\14	не связан.	0
\$B\$16	Опт.план X11	231,5	$\$B\$16 \geq 0$	не связан.	231,5
\$C\$16	Опт.план X12	0	$\$C\$16 \geq 0$	связанное	0
\$D\$16	Опт.план X13	0	$\$D\$16 \geq 0$	связанное	0
\$E\$16	Опт.план X14	11699,6	$\$E\$16 \geq 0$	не связан.	11699,6
\$F\$16	Опт.план X21	0	$\$F\$16 \geq 0$	связанное	0
\$G\$16	Опт.план X22	0	$\$G\$16 \geq 0$	связанное	0
\$H\$16	Опт.план X23	25894,9	$\$H\$16 \geq 0$	не связан.	25894,9
\$I\$16	Опт.план X24	2105,1	$\$I\$16 \geq 0$	не связан.	2105,1
\$J\$16	Опт.план X31	685,2	$\$J\$16 \geq 0$	не связан.	685,2
\$K\$16	Опт.план X41	24989,7	$\$K\$16 \geq 0$	не связан.	24989,7
\$L\$16	Опт.план X51	16041,0	$\$L\$16 \geq 0$	не связан.	16041,0
\$M\$16	Опт.план Y1	1931,2	$\$M\$16 \geq 0$	не связан.	1931,2
\$N\$16	Опт.план Y2	8000,0	$\$N\$16 \geq 0$	не связан.	8000
\$O\$16	Опт.план Y3	0	$\$O\$16 \geq 0$	связанное	0
\$P\$16	Опт.план Y4	0	$\$P\$16 \geq 0$	связанное	0
\$Q\$16	Опт.план Z1	0	$\$Q\$16 \geq 0$	связанное	0
\$R\$16	Опт.план Z2	0	$\$R\$16 \geq 0$	связанное	0
\$S\$16	Опт.план Z3	0	$\$S\$16 \geq 0$	связанное	0
\$T\$16	Опт.план Z4	607,5	$\$T\$16 \geq 0$	не связан.	607,5
\$U\$16	Опт.план Z5	796,5	$\$U\$16 \geq 0$	не связан.	796,5
\$V\$16	Опт.план Z6	375,4	$\$V\$16 \geq 0$	не связан.	375,4
\$W\$16	Опт.план Z7	338584469,6	$\$W\$16 \geq 0$	не связан.	338584469,6
\$O\$16	Опт.план Y3	0	$\$O\$16 \leq 300$	не связан.	300
\$N\$16	Опт.план Y2	8000	$\$N\$16 \leq 8000$	связанное	0
\$M\$16	Опт.план Y1	1931,2	$\$M\$16 \leq 2000$	не связан.	68,8

Таблица 5.6 – Отчет по устойчивости

Microsoft Excel 9.0 Отчет по устойчивости						
Рабочий лист: [Программа.xls]Лист6						
Отчет создан: 02.03.2009 22:09:01						
Изменяемые ячейки						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$16	Опт.план X11	231,5	0,0	520	1287,2	0
\$C\$16	Опт.план X12	0	0	520	0	1E+30
\$D\$16	Опт.план X13	0	0	1200	0	1E+30
\$E\$16	Опт.план X14	11699,6	0,0	1200	0	0
\$F\$16	Опт.план X21	0	-241,06	780	241,1	1E+30
\$G\$16	Опт.план X22	0	-241,06	780	241,1	1E+30
\$H\$16	Опт.план X23	25894,9	0,0	1600	0	0
\$I\$16	Опт.план X24	2105,1	0,0	1600	0	0
\$J\$16	Опт.план X31	685,2	0,0	600	699,4	206,1
\$K\$16	Опт.план X41	24989,7	0,0	0	189,4	964,8
\$L\$16	Опт.план X51	16041,0	0	0	720,8	1407,4
\$M\$16	Опт.план Y1	1931,2	0	0	134,0	320,7
\$N\$16	Опт.план Y2	8000	143,27	0	1E+30	143,3
\$O\$16	Опт.план Y3	0	-274,26	0	274,3	1E+30
\$P\$16	Опт.план Y4	0	-529,20	0	529,2	1E+30
\$Q\$16	Опт.план Z1	0	-1502,98	0	1503,0	1E+30
\$R\$16	Опт.план Z2	0	-2286,05	0	2286,1	1E+30
\$S\$16	Опт.план Z3	0	0	0	0	1E+30
\$T\$16	Опт.план Z4	607,5	0	0	0	0
\$U\$16	Опт.план Z5	796,5	0	0	2504,2	2629,7

Продолжение таблицы 5.6.

\$V\$16	Опт.план Z6	375,4	0	0	2345,6	1201,3
\$W\$16	Опт.план Z7	338584470	0	0	1,25	0
Ограничения						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$X\$19	Эмаль-1 Огран	10000	0	10000	1931,2	68,8
\$X\$20	Эмаль-2 Огран	20000	143,27	20000	389,3	64,4
\$X\$21	Лак-1 Огран	500	-274,26	500	304,7	80,5
\$X\$22	Лак-2 Огран	0	-1284,86	0	970,3	70,4
\$X\$23	Смола-1 Огран	2000	529,20	2000	144,4	852,2
\$X\$24	Раствор-1 Огран	5800	1502,98	5800	43,6	118,1
\$X\$25	Раствор-2 Огран	20000	2286,05	20000	42,8	266,1
\$X\$26	Реактор-1 Огран	8000	0	8000	631,5	364,5
\$X\$27	Реактор-2 Огран	4000	0	4000	1E+30	607,5
\$X\$28	Реактор-3 Огран	6000	0	6000	1E+30	796,5
\$X\$29	реактор-4 Огран	10000	0	10000	1E+30	375,4
\$X\$30	Себест Огран	0	0	0	338584469,6	1E+30

Таблица 5.7 – Отчет по пределам

Microsoft Excel 9.0 Отчет по пределам						
Рабочий лист: [Программа.xls]Лист6						
Отчет создан: 02.03.2009 22:09:02						
Ячейка	Целевое Имя	значение				
\$X\$31	Прибыль Огран	59371096,54				
Ячейка	Изменяемое Имя	значение	Нижний предел	Целевое результат	Верхний предел	Целевое результат
\$B\$16	Опт.план X11	231,5	231,5	59371096,5	231,5	59371096,5
\$C\$16	Опт.план X12	0	0	59371096,54	0	59371096,54
\$D\$16	Опт.план X13	0	0	59371096,54	0	59371096,54
\$E\$16	Опт.план X14	11699,6	11699,6	59371096,5	11699,6	59371096,5
\$F\$16	Опт.план X21	0	0	59371096,54	0	59371096,54
\$G\$16	Опт.план X22	0	0	59371096,54	0	59371096,54
\$H\$16	Опт.план X23	25894,9	25894,9	59371096,5	25894,9	59371096,5
\$I\$16	Опт.план X24	2105,1	2105,1	59371096,5	2105,1	59371096,5
\$J\$16	Опт.план X31	685,2	685,2	59371096,5	685,2	59371096,5
\$K\$16	Опт.план X41	24989,7	24989,7	59371096,5	24989,7	59371096,5
\$L\$16	Опт.план X51	16041,0	16041,0	59371096,54	16041,0	59371096,54
\$M\$16	Опт.план Y1	1931,2	1931,2	59371096,54	1931,2	59371096,54
\$N\$16	Опт.план Y2	8000	8000	59371096,54	8000	59371096,54
\$O\$16	Опт.план Y3	0	-5,68434E-14	59371096,54	-5,68434E-14	59371096,54
\$P\$16	Опт.план Y4	0	-5,45697E-12	59371096,54	-5,45697E-12	59371096,54

Продолжение таблицы 5.7.

\$Q\$16	Опт.план Z1	0	0	59371096,54	0	59371096,54
\$R\$16	Опт.план Z2	0	0	59371096,54	0	59371096,54
\$S\$16	Опт.план Z3	0	2,72848E-12	59371096,54	2,72848E-12	59371096,54
\$T\$16	Опт.план Z4	607,5	607,5	59371096,54	607,5	59371096,54
\$U\$16	Опт.план Z5	796,5	796,5	59371096,54	796,5	59371096,54
\$V\$16	Опт.план Z6	375,4	375,4	59371096,54	375,4	59371096,54
\$W\$16	Опт.план Z7	338584469,6	338584469,6	59371096,54	338584469,6	59371096,54

В отчете по результатам (табл. 5.5) приводятся значения целевой функции (Целевая ячейка) и значения искомых переменных задачи (Изменяемые ячейки). В разделе Ограничения приводятся данные о статусах переменных, т.е. данные о том, какие переменные заняли значения верхних или нижних ограничений и какие переменные приняли промежуточные значения.

В отчете по устойчивости (табл. 5.6) в разделе Изменяемые ячейки отражаются следующие данные:

- адреса ячеек оптимального плана (графа Ячейка);
- наименования искомых переменных оптимального плана (графа Имя);
- значения искомых переменных (графа Результат. значение);
- эффективность технологических способов, которые не включены в базисное решение (графа Нормир.стоимость);
- коэффициенты целевой функции (графа Целевой коэффициент);
- допустимые увеличения коэффициентов целевой функции, при которых оптимальный план остается неизменным (графа Допустимое увеличение);
- допустимые уменьшения целевого коэффициента, при которых оптимальный план остается неизменным (графа Допустимое уменьшение).

Эти данные содержат информацию об устойчивости оптимального плана при изменении параметров целевой функции и убыточности технологических способов производства продукции, которые не включенных в базисное решение. В данной задаче убыточность оценивается как отношение величины уменьшения прибыли в гривнах к единичной интенсивности использования технологического способа производства продукции, т.е. одной тонны продукции.

В разделе Ограничения, приводятся данные по решению двойственной задачи линейного программирования. Кроме адреса ячейки ограничения и ее имени, а также значения ограничения (графа Результ. значение), приводится информация об экономической эффективности производства продукции и

использовании ресурсов, а также данные о границах устойчивости оптимального плана (чувствительности плана при единичном изменении ресурсов).

Коэффициенты эффективности производства продукции в графе **Теневая цена** показывают, как изменится значение целевой функции (прибыли) при увеличении или уменьшении выпуска продукции на одну тонну. Положительное значение коэффициента говорит о выгодности производства продукта, отрицательное – наоборот. Коэффициенты эффективности использования ресурсов в этой графе показывают, как изменится значение целевой функции при единичном изменении ограничения на ресурс. Если этот коэффициент равен нулю, это говорит о том, что данный ресурс не влияет на выпуск продукции, необходимо смотреть на величину неиспользуемого остатка этого ресурса. В этом разделе отчета приводятся значения ограничений (**Правая часть**), допустимые увеличения и допустимые уменьшения значений ограничений, при которых коэффициенты эффективности будут оставаться неизменными. По ресурсам, в которых коэффициенты эффективности равны нулю, допустимые уменьшения ограничений показывают, какие доли ресурсов остаются неиспользуемыми (разность значений ограничений и значений допустимых уменьшений ресурсов).

В отчете по пределам приводятся данные, об устойчивости решения задачи при изменении значений искомым переменных. Этот отчет представляет интерес для менеджера при решении задач нелинейного программирования.

5.10.3. Оформление отчета по решению задачи

Пояснительная записка к работе учащегося должна включать такие разделы :

- Общие положения.
- Экономическая сущность задачи.
- Исходные данные задачи.
- Экономико-математическая модель задачи.

- Технологическая матрица.
- Результаты решения задачи.
- Выводы.
- Приложения:
 - распечатка блока расчетных формул;
 - отчет по результатам;
 - отчет по устойчивости.

В разделе **Результаты решения задачи** должны найти отражение данные по производственной программе (целевая функция, объемы производства в натуральном и стоимостном выражении), связанные и несвязанные ограничения, эффективность технологических способов изготовления деталей (уменьшенная стоимость), эффективность производства продукции и используемых ресурсов (теневая цена), границы устойчивости решения задачи при изменении ограничений (допустимое увеличение и допустимое уменьшение), а также границы устойчивости плана при изменении значений коэффициентов целевой функции.

5.11. Основные термины

Альтернативные оптимумы. Оптимизируемая модель имеет несколько оптимальных решений.

Анализ устойчивости. Исследование воздействия на оптимальное решение (значения переменных решения и значение целевой функции) изменений различных параметров модели.

Вырожденное решение. Решение задачи линейного программирования, в котором число имеющих положительные значения переменных меньше числа лимитирующих ограничений. На вырожденное решение обычно указывают теневые цены с нулевым значением допустимого увеличения или уменьшения.

Диапазоны целевых коэффициентов. Задают диапазоны изменений коэффициентов целевой функции, при которых оптимальное решение не изменяется.

Допустимая область. Множество значений переменных решения, удовлетворяющих всем ограничениям и условиям неотрицательности одновременно, т.е. множество допустимых решений.

Допустимое решение. Решение, которое удовлетворяет всем ограничениям. **Допустимый диапазон изменения правой части.** Диапазон значений правой части, для которой теневая цена остается постоянной.

Избыточное ограничение. Ограничение, удаление которого не влияет на допустимую область.

Крайняя точка. Угловая точка допустимого множества. Если задача линейного программирования имеет решение, всегда существует как минимум одно решение в крайней точке.

Лимитирующее ограничение. Ограничение, для которого значение левой части, вычисленное в оптимальной точке, равно значению правой части.

Линейная функция. Функция, в которой все переменные входят в виде отдельных членов. В такой функции нет степеней, отличных от 1, логарифмических, экспоненциальных, тригонометрических или подобных выражений.

Невырожденное решение. Решение задачи линейного программирования, в котором число имеющих положительные значения переменных равно числу лимитирующих ограничений. Как правило, все теневые цены невырожденного решения имеют ненулевые значения допустимого увеличения и допустимого уменьшения.

Неограниченная допустимая область. Допустимая область, в которой по крайней мере одна переменная решения может принимать произвольно большие значения.

Неограниченная модель. Модель линейного программирования, в которой значение целевой функции может неограниченно увеличиваться (уменьшаться). Такая модель не имеет решения.

Ограниченная целевая функция. Целевая функция, которая на допустимом множестве может принимать в модели максимизации сколь угодно большие положительные, а в модели минимизации — сколь угодно большие отрицательные значения.

Оптимизационная модель. Детерминированная модель принятия решения, содержащая единственный показатель эффективности (целевой функции), который необходимо оптимизировать при условии соблюдения набора заданных ограничений.

Оптимальное решение. Точка допустимой области, в которой целевая функция достигает максимума или минимума (оптимума).

Оптимальное значение. Оптимальное значение целевой функции, т.е. значение целевой функции, вычисленное в точке оптимального решения.

Оптимальный производственный план. Оптимальное решение производственной модели, определяющее оптимальное количество производимых продуктов.

Переменные затраты. Затраты, значения которых зависят от объемов производимой продукции.

Прямая целевая функция. Множество всех значений переменных, при которых целевая функция принимает указанное значение.

Резерв. Величина, на которую значение левой части ограничения вида **Меньше или равно**, вычисленное в оптимальной точке, меньше значения правой части. Резерв всегда не отрицателен.

Таблица подготовки. Представление значений показателя эффективности и/или результирующих переменных в виде таблицы для заданного диапазона значений одной или двух внешних переменных.

Теневая цена. Значение в столбце Теневая цена отчета по устойчивости средства Поиск решения — это коэффициент изменения оптимального значения целевой функции при увеличении правой части ограничения на единицу.

Технологические коэффициенты. Коэффициенты, на которые умножаются переменные решения, образуя формулы левых частей ограничений.

Усиление ограничения. Изменение правой части ограничения-неравенства, в результате которого данное ограничение становится сложнее удовлетворить. Это происходит при увеличении правой части ограничения вида Больше или равно и при уменьшении правой части ограничения вида Меньше или равно.

Условие целочисленности. Требование, чтобы одна или несколько переменных модели принимали только целочисленные значения.

Функция ограничения. Левая часть неравенства, задающего ограничение, зависит от переменных решений.

Целевая Функция. В каждой задаче линейного программирования имеется линейная целевая функция, представляющая показатель эффективности, которую необходимо максимизировать или минимизировать.

Целочисленное программирование. Модель, в которой одна или несколько переменных могут принимать только целое значение.

5.12. Заключение

Модель — это ограниченное представление реальности, поэтому результат анализа модели не обязательно является решением исходной управленческой задачи. Понятие «оптимальное» является математической концепцией, а не концепцией реального мира. Однако, если модель правильного построения, а ее результаты тщательно интерпретируются, она

может предоставить менеджеру много ценной информации для принятия решения.

Мы рассмотрели такие важные понятия, как переменные решения, параметры решения, ограничения, показатели эффективности, показатели чувствительности и устойчивости моделей, которые являются важными компонентами модели. Были описаны различные модели планирования и отмечена исключительно важная роль штрафных функций в моделировании. Наконец, мы обсудили последовательный процесс построения моделей, а также вопросы, связанные проверкой их достоверности. С помощью ряда коротких примеров раскрыли основы моделирования на базе электронных таблиц.

Для разработки хорошей модели (легко анализируемой и документированной) исключительно важное значение имеет структура и расположение ее на рабочем листе книги Excel. Хорошему стилю моделирования присущи понятная логика, присвоение имен всем переменным, отказ от помещения на одном и том же листе исходных данных и расчетных формул, помещения значений параметров в формулы.

5.13. Варианты учебной задачи

Таблица 5. – Исходные данные по вариантам заданий

Наименование продукции	Варианты лабораторной работы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Объемы производства товарной продукции в базисном периоде, тонн										
Эмаль 1	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000	50000	55000
Эмаль 2	18000	24000	36000	48000	56000	64000	72000	76000	84000	92000
Лак 1	400	500	600	700	800	900	1000	1500	2000	2500
Потребность рынка в продукции предприятия, тонн										
Эмаль 1	12000	18000	24000	28000	32000	38000	42000	48000	52000	60000
Эмаль 2	22000	30000	40000	54000	60000	70000	75000	80000	85000	98000
Лак 1	800	900	1000	1200	1600	1800	2000	2400	2800	3000
Прогнозные оптовые цены, грн.										
Эмаль 1	6000	5900	5800	5700	5600	5500	5400	5300	5200	5100
Эмаль 2	7400	7200	7000	6800	6600	6400	6200	6000	5800	5600
Лак 1	4000	3950	3900	3850	3800	3750	3700	3650	3600	3550
Себестоимость продукции, грн.										
Эмаль 1 на лаке 1	5000	4960	4915	4870	4820	4780	4740	5690	4640	4630
Эмаль 1 на лаке 2	5200	5175	5130	5090	5045	5000	4910	4820	4730	4635
Эмаль 2 на лаке 1	6200	6050	5930	5800	5640	5520	5390	5260	5130	5000
Эмаль 2 на лаке 2	6400	6260	6110	5960	5810	5680	5480	5330	5210	5090
Лак 1	3200	3180	3170	3155	3140	3125	3110	3090	3080	3070
Лак 2	3800	3690	3590	3400	3300	3200	3100	3000	2900	2800
Смола 1	2600	2580	2570	2560	2550	2540	2530	2515	2500	2490
Выделенные фонды сырья, тонн.										
Смола 1	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	12000
Растворитель 1	5800	7000	10000	12000	14000	16000	20000	22000	23000	27000
Растворитель 2	20000	24000	30000	38000	45000	52000	55000	60000	65000	85000
Годовые фонды времени оборудования, час.										
Реактор 1	8000	8000	12000	16000	18000	20000	24000	28000	30000	36000
Реактор 2	4000	4000	6000	6000	8000	8000	8000	10000	10000	16000
Реактор 3	6000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000	20000	24000
Реактор 4	10000	12000	16000	18000	22000	26000	28000	30000	32000	40000
Нормы расхода сырья и полуфабрикатов										
Смотри таблицу 5.1										
Затраты машинного времени оборудования										
			Смотри таблицу 5.3							

Контрольные вопросы

1. Экономико-математическая модель оптимизации производственной программы.

2. Условия производства конечной продукции.
3. Условия производства полуфабрикатов.
4. Условия использования материальных ресурсов.
5. Условия загрузки технологического оборудования.
6. Формализация целевой функции.
7. Структура исходных данных задачи.
8. Технологическая матрица исходных данных задачи.
9. Параметры диалогового окна программной надстройки **Поиск решения**.
10. Отчеты по расчетным параметрам задачи.
11. Оптимальные объемы производства конечных продуктов по технологическим способам.
12. Оптимальные объемы производства полуфабрикатов.
13. Эффективность производства конечных продуктов и полуфабрикатов.
14. Границы устойчивости оптимального плана производства конечных продуктов и полуфабрикатов при изменении ограничений.
15. Устойчивость (чувствительность) оптимального плана при изменении коэффициентов целевой функции.
16. Убыточность технологических способов, не включенных в оптимальный план.
17. Эффективность используемых ресурсов.
18. Границы устойчивости оптимального плана при изменении ограничений на ресурсы.
19. Оптимальное распределение выделенных ресурсов.
20. Сметная стоимость затрат на производство.
21. Ожидаемая прибыльность производства от реализации продукции.

Вышеперечисленные показатели отражены в отчетах по результатам, устойчивости и ограничениям, формируемым программным комплектом **Поиск решения**.

ГЛАВА 6. МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА

6.1. Общая постановка задачи

Создание и освоение новой техники связано с выполнением комплекса научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. Этот комплекс включает прикладные и поисковые научные исследования, разработку конструкторской документации, разработку и отладку технологических процессов и освоение производства новой техники.

Планирование такого комплекса работ требует специальных методов, учитывающих сроки выполнения работ, использование сырьевых, трудовых и финансовых ресурсов. Одним их наиболее отработанных методов планирования таких комплексов работ является сетевое планирование и управление (СПУ) с использованием электронных таблиц.

Известны две системы сетевого планирования: система «Узел–операция» и система «Узел–событие». Система «Узел–операция» достаточно исследована и широко используется в Украине. Основы теории этой системы разработаны в 60-тых годах в Харьковском политехническом институте на кафедре высшей математики. Вторая система получила широкое распространение за рубежом под названием PERT. В практической работе у нас в стране она используется редко.

Данная работа ориентирована на использование системы «Узел–операция», т.е. системы СПУ.

Целью данной работы является приобретение практических навыков разработки экономико-математической модели планирования комплекса работ, подготовки исходной информации, расчета параметров сетевой модели на ЭВМ и организации планирования и управления реализацией комплекса работ.

6.2. Сетевая модель и ее основные элементы

Сетевая модель в системе «Узел–операция» представляет собой граф, с помощью которого устанавливается последовательность выполнения некоторого комплекса взаимосвязанных работ (операций), отраженных в наглядной форме. Графическое изображение операций (работ) и их последовательности выполнения называется **сетевым графиком**. Отличительной особенностью сетевой модели комплекса работ является четкое определение временных параметров работ.

Главными элементами сетевой модели являются операции. Термин **операция** (работа) используется в сетевом планировании и управлении (СПУ) в широком смысле. Во-первых, это работа – как протяженный во времени процесс, требующий затрат определенных ресурсов (разработка конструкции, изготовление деталей, сборка изделия, испытание прибора и т.п.). Каждая работа должна быть конкретной, четко описанной, иметь определенное место выполнения и ответственного исполнителя. Во-вторых, это некоторый процесс **ожидания** – протяженный во времени процесс, не требующий затрат труда (например, процесс сушки после покраски, старения металла, твердения бетона и т.п.).

Пример фрагмента сетевого графика из двух работ представлен на рис. 6.1.

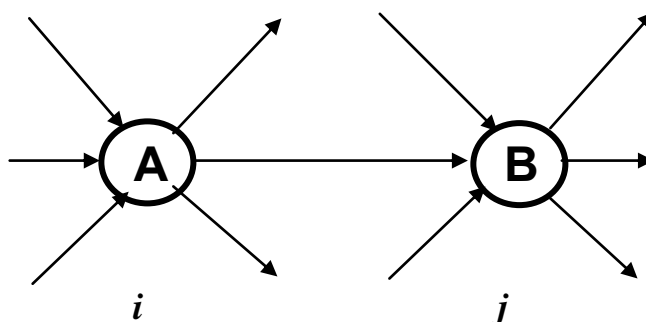


Рис. 6.1. Фрагмент сетевого графика

Работа *A* – называется **предшествующей** по отношению к работе *B*.

Последняя может иметь несколько предшествующих работ. В свою очередь работа ***B*** – есть работа, *последующая* по отношению к работе ***A***. За работой ***A*** может следовать также несколько работ. Обозначим предшествующую работу индексом ***i***, последующую – индексом ***j***.

Множество работ, предшествующих данной работе, обозначим выражением

$$ij \in U_j^-.$$

Выражение читается: дуги ***ij***, входящие в ***j***-ю работу, где ***i, j*** = 1, 2, 3, ..., N.

Множество работ, непосредственно следующих за данной работой, обозначим

$$ij \in U_i^+.$$

Выражение читается: дуги ***ij***, выходящие из ***i***-й работы.

В качестве примера рассмотрим сетевой график выполнения некоторого комплекса работ (рис. 6.2).

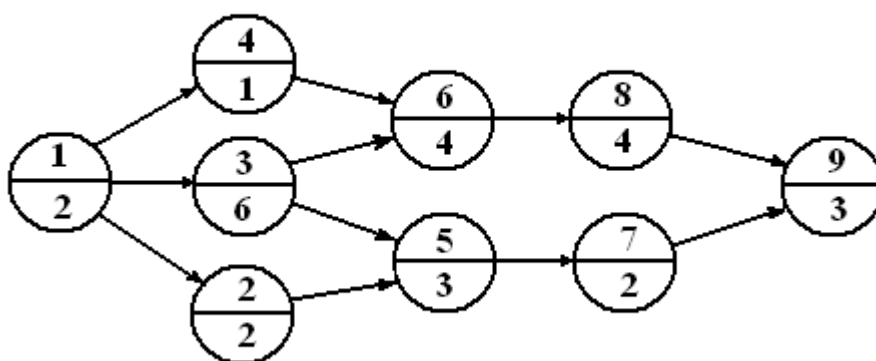


Рис. 6.2. Сетевой график выполнения комплекса работ

Каждый кружок обозначает конкретную работу. В верхней части кружка указан индекс работы, в нижней – трудоемкость работы. Трудоемкость работы может быть задана в часах, сменах, днях, неделях, месяцах или годах. На

практике часто используются сети, в которых оценки продолжительности работы заданы в днях. В этой модели могут быть указаны и другие материальные или финансовые ресурсы.

Следует отметить, что сетевой график в системе "*Узел–операция*" в отличие от графика в системе "*Узел–событие*" обладает известными преимуществами, а именно: не содержит фиктивных работ, имеет более простую терминологию построения, включает знакомые менеджеру понятия работ.

6.3. Порядок разработки сетевой модели

Для разработки сетевого графика выполнения комплекса работ привлекают, как правило, экспертов–специалистов. Построенный сетевой график должен удовлетворять следующие требования:

- график не должен иметь замкнутых контуров;
- график не должен иметь тупиковых работ (за исключением первой и последней);
- связи должны отражать непосредственно выполняемые друг за другом работы;
- индексы работ должны быть упорядоченными по возрастанию.

Для расчета основных параметров сетевой модели последняя должна быть упорядочена. В упорядоченном сетевом графике все дуги (стрелки) направлены от работ с меньшими номерами к работам с большими номерами. Такой график называется *направленным*. Не упорядочив сетевую модель, приходится использовать специальные итеративные методы расчета параметров модели.

Исходной работой сетевого графика на рис. 6.2 является работа № 1 (ей не предшествует никакая другая работа), а завершающей — работа № 9 (за ней не следует ни одна работа). Все остальные работы имеют как предшествующие, так и последующие работы.

Одним из важнейших понятий сетевого планирования является – *путь*. Путь - это последовательность работ, в которой конец каждой работы совпадает с началом следующей за ней работы. Среди различных путей сетевого графика наибольший интерес представляет *полный путь* — путь, начало которого совпадает с исходной работой сети, а конец — с завершающей.

Наиболее продолжительный полный путь в сетевом графике называется *критическим*. Работы, расположенные на этом пути, называются *критическими работами*.

Критический путь имеет особое значение в системе СПУ, так как работы этого пути определяют общий срок завершения всего комплекса работ, планируемых при помощи сетевого графика. Для сокращения продолжительности выполнения проекта необходимо в первую очередь сокращать продолжительность работ, лежащих на критическом пути.

6.4. Параметры сетевой модели

К основным расчетным параметрам сетевой модели в системе «Узел-операция» относятся:

- Ранние сроки начала работ;
- Ранние сроки окончания работ;
- Ранние сроки выполнения работ с конца сети;
- Поздние сроки начала работ;
- Поздние сроки окончания работ;
- Длительность критического пути;
- Длительность пути, проходящего через данную работу;
- Полные резервы времени работ;
- Свободные резервы времени работ.

Для разработки сетевой модели планирования введем следующие обозначения: (смотри таблицу 6.1).

Таблица 6.1 – Расчетные параметры сетевой модели

Наименование параметра	Условное обозначение
Математическое ожидание длительности работы	t_i
Ранний срок начала работы	Trn_j
Ранний срок окончания работы	$Trо_j$
Поздний срок начала работы	$Tпн_j$
Поздний срок окончания работы	Tpo_j
Ранний срок начала работы с конца сети	Tp_i
Длительность пути, проходящего через данную работу	To_i
Длительность критического пути	$Tкр$
Полный резерв времени работы	R_i
Свободный резерв времени работы	$Rсв_i$

В практике планирования получили распространение два подхода к расчету параметров сетевой модели: расчет параметров сетевой модели на сетевом графике и табличный метод расчета (метод Форда). При расчете параметров сетевой модели на сетевом графике расчетные показатели отражаются в обозначениях самих работ. Одним из вариантов размещения основных расчетных параметров показан на рис. 6.3.

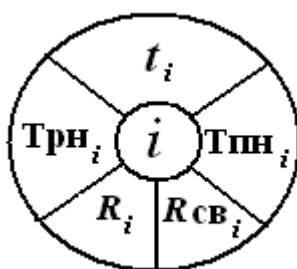


Рис. 6.3. Размещение расчетных параметров на обозначении работы

В центре кружка указывается индекс работы (i). В верхнем секторе отражается трудоемкость работы (t_i). Эти показатели являются исходными данными для расчета параметров сетевой модели.

В левом секторе обозначения работы отражают ранний срок начала работы (Trn_i), в правой – поздний срок начала работы ($Tпн_i$), в нижнем – полный и свободный резервы времени работ (R_i , $Rсв_i$).

Сетевой график с исходными данными отражен на рис. 6.4.

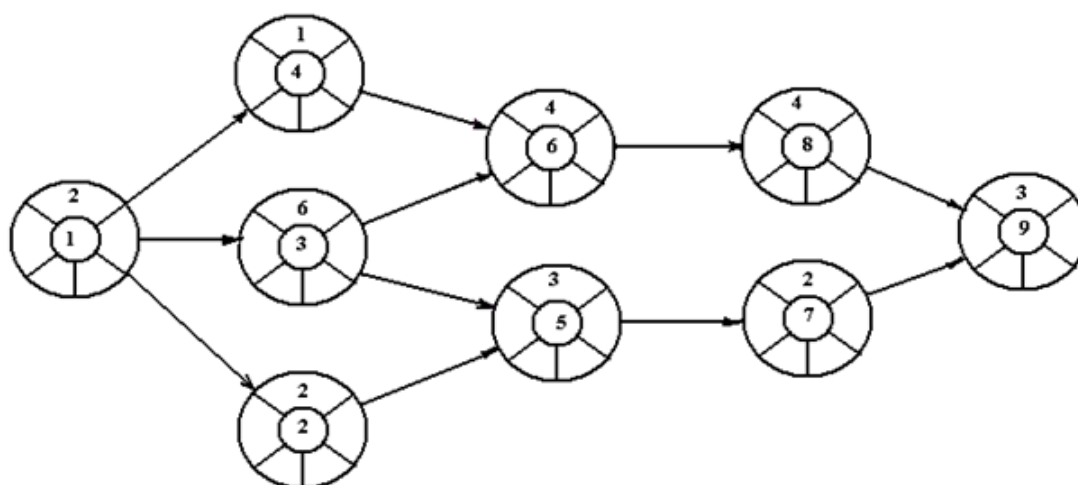


Рис. 6.4. Сетевой график для расчета параметров модели

Ранние сроки начала работ рассчитываются с начала сети. Ранний срок первой работы принимается равным нулю. Ранние сроки последующих работ определяются по формуле

$$Trn_j = \max_{ij \in U_j} (Trn_i + t_i), \quad (6.1)$$

где t_i – длительность i -й работы.

Ранний срок окончания работы рассчитывается по формуле

$$Tro_j = Trn_j + t_j. \quad (6.2)$$

Поздние сроки начала работ рассчитываются с конца сети. Поздний срок начала последней работы принимается равной раннему сроку начала этой работы. Поздние сроки предшествующих работ рассчитываются по формуле

$$T_{nn_i} = \min_{ij \in U_i^+} (T_{nn_j} - t_i) \quad (6.3)$$

Соответственно поздние сроки окончания работ определяются выражением

$$T_{no_i} = T_{nn_i} + t_i. \quad (6.4)$$

Ранние и поздние сроки окончания работ на обозначениях работ не отражаются.

Наиболее длинный путь называется **критическим**. Длина его определяется выражением

$$T_{кр} = T_{rn_j} + t_j, \quad (6.5)$$

где T_{rn_j} – ранний срок начала последней в сетевом графике работы;

t_j – длительность этой работы.

Полные резервы времени работы показывают, на какой допустимый период времени можно задержать начало этой работы, не вызывая при этом увеличения срока выполнения всего комплекса работ. Полный резерв времени работы определяется по формуле

$$R_i = T_{nn_i} - T_{rn_i}. \quad (6.6)$$

Работы, в которых полный резерв времени равен нулю, называются **критическими**, а путь, на котором они расположены, называется **критическим путем**. Любая задержка в свершении работы, лежащей на критическом пути, вызовет такую же задержку в выполнении всего проекта.

Важным свойством полного резерва времени работы является то, что он принадлежит не только этой работе, но и всем работам, находящимся на этом пути. При использовании полного резерва времени только для одной работы лишаются резервов времени остальные работы, лежащие на этом пути. Резервы времени работ, лежащих на других путях, сократятся соответственно на

величину использованного резерва.

Если критических путей несколько, то выявление их осуществляется с помощью критических работ.

Отдельная работа может начаться (окончиться) в ранние, поздние или другие промежуточные сроки. В дальнейшем, при оптимизации графика, возможны любые размещения работы в заданном интервале.

Таким образом, в рамках сетевой модели моменты начала и окончания работы тесно связаны с соседними работами.

Свободный резерв времени представляет часть полного резерва времени, на который можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом раннего срока конечной работы. Этим резервом можно воспользоваться при выполнении данной работы в предположении, что ее начальная и конечная работы свершатся в свои самые ранние сроки. Это параметр рассчитывается по формуле

$$Rc_{\beta_i} = \min_{ij \in U_i^+} (Tpn_j - Tpn_i - t_i). \quad (6.7)$$

Свободным резервом времени можно пользоваться для предотвращения случайностей, которые могут возникнуть в ходе выполнения работ. Если планировать выполнение работ по ранним срокам их начала и окончания, то всегда имеется возможность при необходимости перейти на поздние сроки начала и окончания работ.

Таким образом, свободный резерв времени может быть использован для увеличения продолжительности только данной работы.

Работы, лежащие на критическом пути, свободных резервов времени не имеют.

С помощью критических работ, т.е. работ, не имеющих резервов времени, может быть определен критический путь сетевого графика. Этот способ определения критического пути целесообразно использовать тогда, когда сеть содержит несколько критических путей. Сетевая модель с рассчитанными параметрами по вышеприведенным формулам приведена на рис. 5.4.

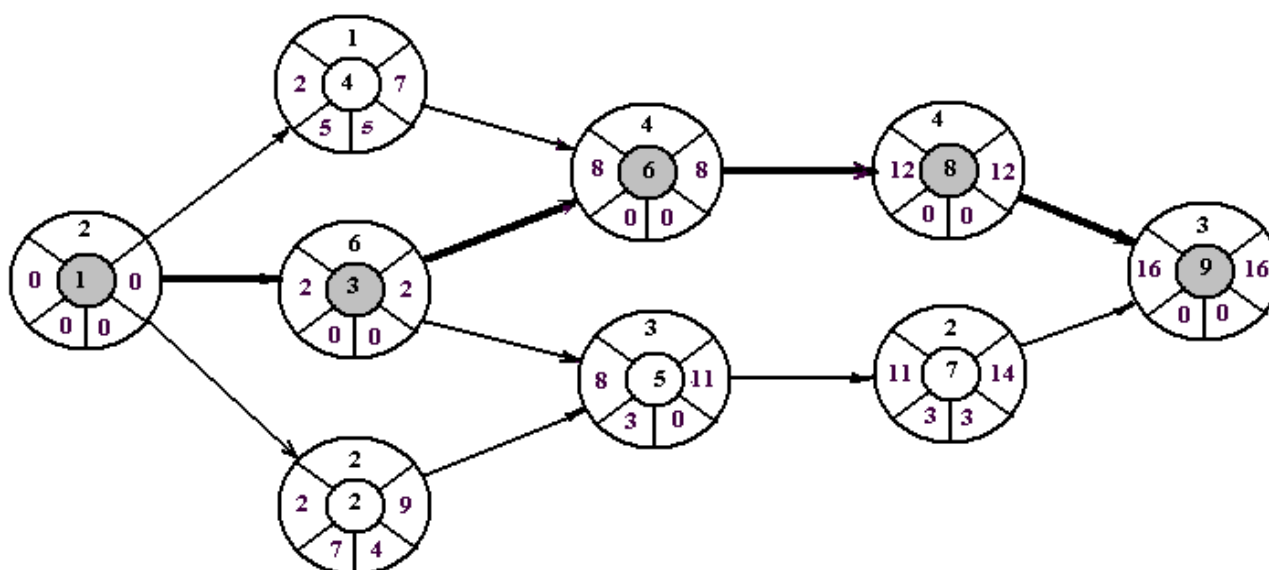


Рис. 6.5. Расчетные параметры сетевой модели

Работы, в которых полный резерв времени равен нулю, являются критическими. Это работы № 1, № 3, № 6, № 8 и № 9. Критические работы не имеют ни полных, ни свободных резервов времени. Некритические работы располагают полными и свободными (за исключением работы № 5) резервами времени. Расчетные параметры этой модели являются основой для составления плана реализации проекта и контроля его выполнения.

Рассмотренная модель планирования используется для небольшого количества работ. Сложные комплексы работ, которые включают сотни операций, требуют другие формы представления расчетных параметров сетевых моделей. Широкое распространение получили табличные формы представления параметров. Табличные формы не критичны к размерам сетевой модели, с одной стороны, и с другой — они легко формализуются и обрабатываются с помощью ПЭВМ.

6.5. Табличный метод расчета параметров сетевой модели

Разработка сетевой модели для расчета параметров табличным методом (методом Форда) начинается с составления перечня работ. Перечни работ

составляются по подразделениям учреждения или по исполнителям. Отдельные комплексы работ объединяют в единый комплекс. Этот процесс называется **сшиванием** частных сетевых моделей в сетевую модель всего комплекса работ.

Исходные данные по работам представляются в виде таблицы 6.2. В ней отражаются индексы и наименования работ, а также временные характеристики работ.

Таблица 6.2. Исходные данные сетевой модели

Индекс работы	Наименование работы	Индексы непосредственно предшествующих работ	Оценки длительности выполнения работ		
			Пессимистическая оценка	Наиболее вероятная оценка	Оптимистическая оценка
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
4					
5					
6					
...					
N					

В этой же таблице необходимо установить непосредственно предшествующие работы для каждой рассматриваемой работы. Поскольку в выполнении комплекса работ участвует несколько подразделений (исполнителей), требуется общая увязка работ. Индексы непосредственно предшествующих работ вносятся в таблицу 6.2, графу 3.

Экспертами должны быть определены три оценки длительности каждой работы в днях : пессимистическая (t_{pi}), оптимистическая (t_{oi}) и наиболее вероятная (t_{bi}).

В качестве тестового примера рассмотрим некоторый комплекс работ по постановке и решению задачи оптимизации производственной программы предприятия.

Для расчета параметров сетевой модели табличным методом используем электронную таблицу Excel. На первом листе сформируем таблицу исходных данных и внесем в нее данные по планируемому комплексу работ. Внешний вид этой таблицы представлен на рис. 6.6.

Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

100%

Предварительный просмотр

	A	B	C	D	E	F	G
1	Исходные данные сетевой модели						
2	Индексы работ	Наименования работ	Индексы непосредственно предшествующих работ	Оценки длительности выполнения работ			
3				Пессимистическая оценка	Наиболее вероятная оценка	Оптимистическая оценка	
4	1	Производственно-экономическая постановка задачи	-	1	2	3	
5	2	Сбор технико-экономических показателей производства в базисном периоде	1	1	2	2	
6	3	Разработка экономико-математической модели задачи	1	4	6	8	
7	4	Разработка форм представления исходных данных	1	1	1	2	
8	5	Подготовка данных маркетинговых исследований	2,3	1	3	4	
9	6	Разработка технологической матрицы решения задачи	3,4	1	4	6	
10	7	Выбор и обоснование параметров решения задачи	5	1	2	3	
11	8	Заполнение форм и ввод исходных данных в ПЭВМ	6	2	4	6	
12	9	Решения задачи и анализ результатов	7,8	1	3	4	
13							

Рис. 6.6. Исходные данные сетевой модели

В графу «Индексы работ» вводятся номера работ, упорядоченные по возрастанию. В графу «Наименования работ» вводятся наименования работ, которые будут отражены в документированных нарядах для исполнителей. В графе «Индексы непосредственно предшествующих работ» приводятся номера работ, которые являются основой для выполнения непосредственно данных работ.

Оценки длительности работ делятся на три группы: «Оптимистическая оценка», «Наиболее вероятная оценка» и «Пессимистическая оценка». В графе «Оптимистическая оценка» приводятся показатели затрат времени на выполнение работы при самых благоприятных условиях. Это наличие необходимой исходной информации, оперативное согласование и

утверждение работ, работоспособность технических средств и др. В графе «Пессимистическая оценка» отражаются показатели затрат времени на выполнение работ при самых неблагоприятных форс-мажорных условиях. В графу «Наиболее вероятная оценка» заносятся данные, подтверждающиеся накопленным прошлым опытом специалистов.

Следующий этап решения задачи связан с созданием специальной таблицы для отражения в ней расчетных параметров. Она называется *Таблица Форда*. Структура ее показана на рис. 6.7.

Таблица Форда													
Индексы работ	Предшествующие работы	Последующие работы			Мат.ожидание длительности работы	Ранний срок начала работ	Ранний срок начала работ с конца сети	Длительность пути	Полный резерв времени работы	Свободный резерв времени работы			
1													
2													
3	1			2	3	4							
4	2	1		5									
5	3	1		5	6								
6	4	1		6									
7	5	2	3	7									
8	6	3	4	8									
9	7	5		9									
10	8	6		9									
11	9	7	8										
12	Критический путь												
13													

Рис. 6.7. Расчетная таблица Форда

В графу «Индексы работ» копируются данные из соответствующей графы таблицы, представленной на рис. 6.6. Для размещения данных о предшествующих работах отводится необходимое количество столбцов. В рассматриваемой сетевой модели самое большое количество предшествующих работ относительно рассматриваемых работ составляет две работы. Это предшествующие работы для работ № 5, № 6 и № 9. В графе «Последующие работы» отводится три столбца, так как максимальное количество

последующих работ составляет три работы. Это последующие работы относительно работы № 1.

Графа «Последующие работы» формируется на основе данных графы «Предшествующие работы». Необходимо для каждой работы из столбца **A** найти строки в столбцах **B** и **C**, где встречаются ссылки на индекс рассматриваемой работы. Номера этих строк необходимо вписать в столбцы **D**, **E** и **F**. Например, для работы № 1 в столбцах **B** и **C** имеются ссылки во второй, третьей и четвертой строках. Индексы работ из столбца **A**, соответствующие этим строкам, отражаются в столбцах **D**, **E** и **F**. На практике для формирования списка последующих работ используется макрос, разработанный с помощью алгоритмического языка VBA (Visual Basic for Applications). Для запуска транслятора VBA необходимо выполнить команду

Сервис \Rightarrow Макрос \Rightarrow Начать запись ...

Откроется диалоговое окно формирования макроса, вид которого представлен на рис. 6.8.

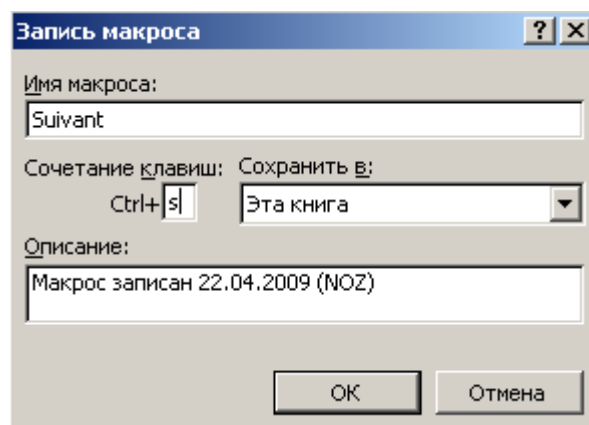



Рис. 6.8. Диалоговое окно записи макроса

В этом окне необходимо указать имя макроса и символ запуска макроса. Выполнив команду **Alt + F11**, откроется окно для записи программного кода макроса. В данной работе формирование списка последующих работ программным способом не рассматривается.

В графу «Мат. ожидание длительности работы» вводятся показатели, рассчитанные по формуле

$$t_i = \frac{t_{on_i} + 4 t_{вер_i} + t_{nc_i}}{6}, \quad (6.8)$$

где t_{on_i} , $t_{вер_i}$ и t_{nc_i} - оптимистическая, наиболее вероятностная и пессимистическая оценки длительности работ.

Поскольку выше упомянутые три оценки носят вероятностный характер и их дисперсии подчиняются нормальному закону распределения вероятностей, наиболее адекватную реальным условиям оценку длительности работы можно получить из выражения (6.8). Для расчета математических ожиданий длительностей работ нам понадобится функция округления. Для этого необходимо активизировать ячейку G3. В надстройке Excel предусмотрен специальный мастер функций. Чтобы вызвать диалоговое окно этого мастера, достаточно левой клавишей мыши щелкнуть на иконке . Диалоговое окно мастера функций имеет вид (рис. 6.9.).

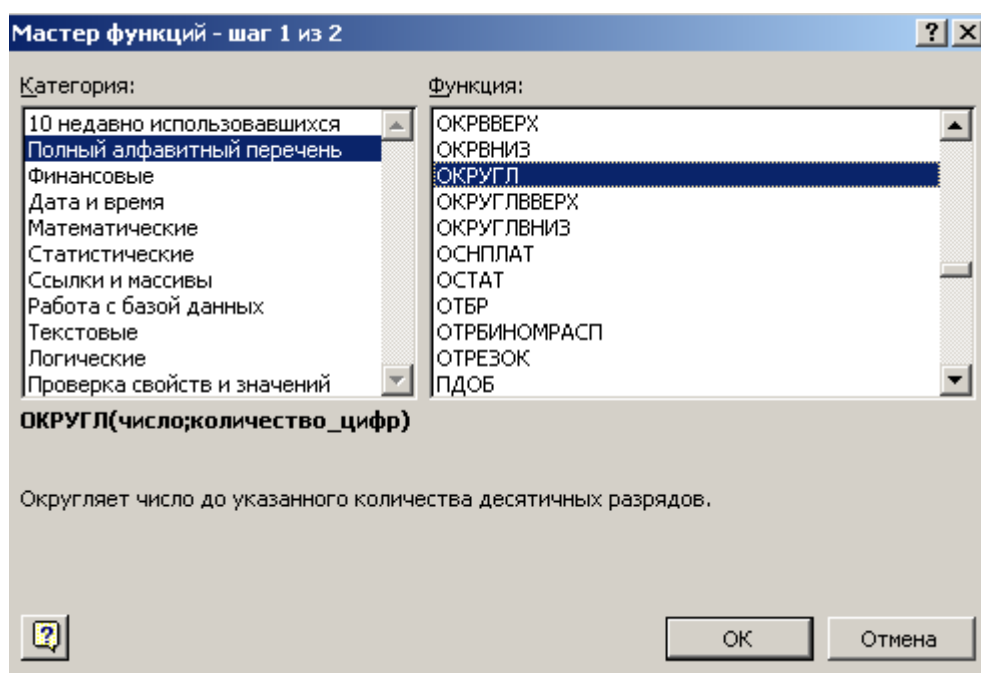


Рис. 6.9. Диалоговое окно Мастер функций

В этом диалоговом окне необходимо выбрать позицию Округл и выполнить команду ОК. На экран будет вызвано вспомогательное диалоговое окно функции Округл() (рис. 6.10).

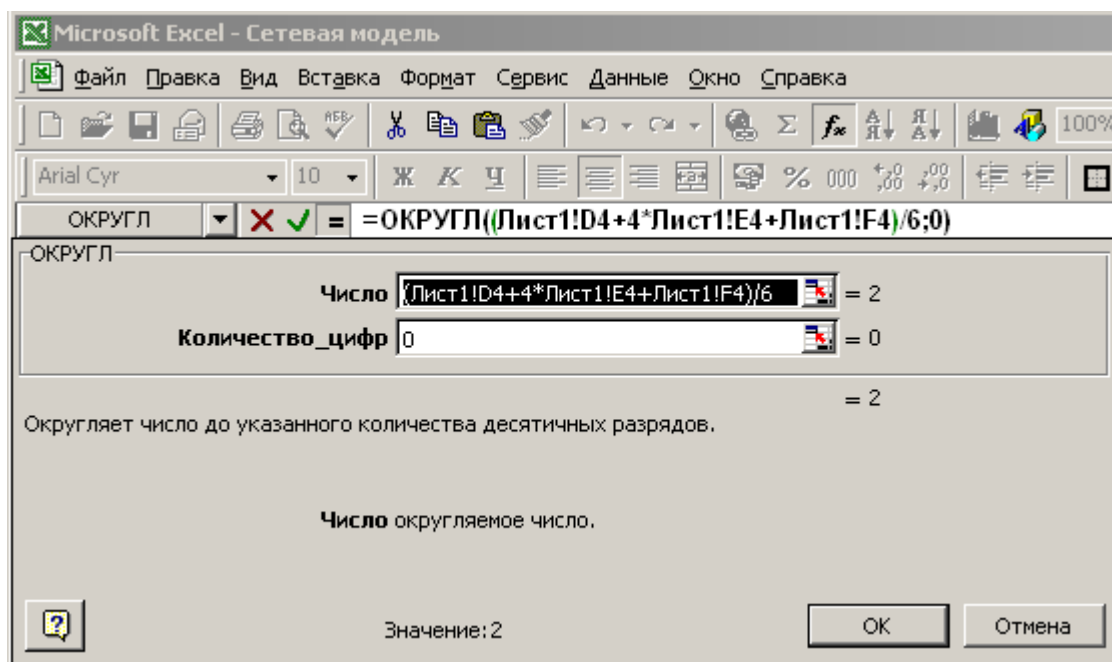


Рис. 6.10. Диалоговое окно функции округления

В этом окне в позицию **Число** необходимо ввести в формате Excel формулу (6.8), то есть

$$((\text{Лист1!D4}+4*\text{Лист1!E4}+\text{Лист1!F4})/6,$$

а в позицию **Количество_цифр** – цифру «0»

В ячейку G3 будет введена формула

$$=\text{ОКРУГЛ}((\text{Лист1!D4}+4*\text{Лист1!E4}+\text{Лист1!F4})/6;0).$$

Затем эту формулу необходимо размножить в диапазоне \$G\$3:\$G\$11.

В случае ввода формул существует возможность копирования их с автоматической настройкой ссылок. Записав формулу в ячейку строки (столбца), можно "размножить" данную формулу для всех полей данной строки (столбца), которые рассчитываются по такой же формуле. При этом Excel автоматически переназначит ссылки рассчитываемых полей таблицы.

Копирование формул производится следующим образом. Необходимо активизировать поле (ячейку) таблицы; подвести курсор манипулятора «Мышь» на нижний правый угол ячейки (маркер заполнения) и, нажав левую кнопку мыши, не отпуская ее, протащить курсор по всем ячейкам, куда вы собираетесь скопировать формулу; отпустить кнопку. Произойдет копирование введенной формулы во все выделенные ячейки, при этом нет необходимости

менять в каждой формуле ссылки на исходные данные. Excel автоматически настроит все формулы на необходимые ссылки.

Ранние сроки начала работ рассчитывают по формуле

$$Tr_{n_j} = \max_{ij \in U_j} (Tr_{n_i} + t_i). \quad (6.9)$$

Для записи этой формулы в формате Excel нам понадобится несколько функций:

- функция выбора параметра по заданному индексу (**ВПР()**);
- функция обработки условий (**ЕСЛИ()**);
- функция выбора максимальной величины из некоторой последовательности чисел (**МАКС()**).

Для определения раннего срока начала работы Tr_{n_i} (формула (6.9)) необходимо установить курсор в соответствующую ячейку графы «Ранние сроки начала работ» и ввести формулу.

Для того чтобы включить стандартную процедуру **ВПР()** в формулу, необходимо выбрать пункт меню Вставка \Rightarrow Функция. На экране появится мастер функций (рис. 6.11).

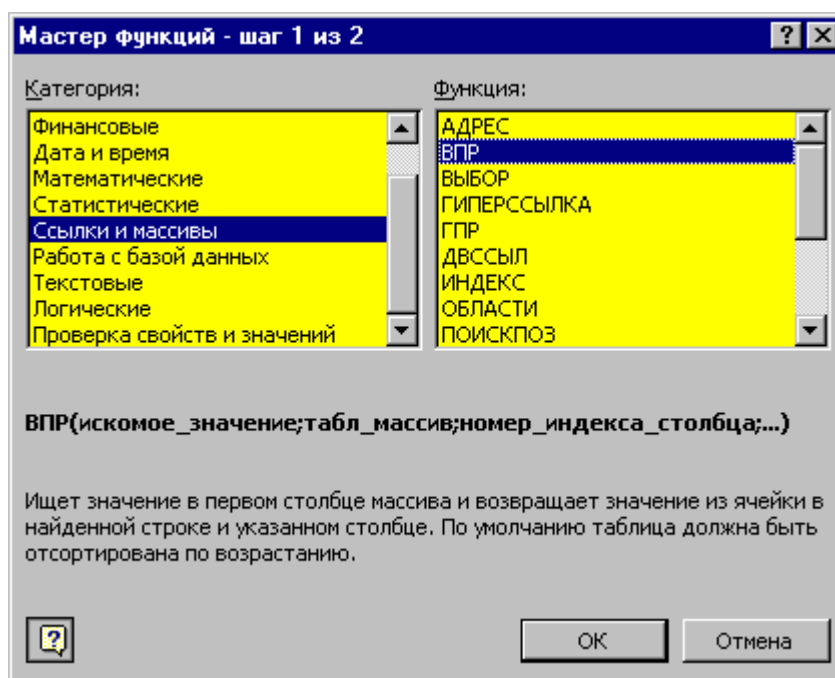


Рис. 6.11. Диалоговое окно мастера функций

В каталоге Категории нужно выбрать позицию **Ссылки и массивы**, а в разделе **Функции – ВПР()**. Далее следуйте указаниям мастера функций (рис. 6.12).

Рис. 6.12. Диалоговое окно функции ВПР()

В поле **Искомое_значение** необходимо внести индекс предшествующей работы, а точнее – ссылку на ячейку, в которой записан индекс предшествующей работы. Например: **B7** – ячейка, в которую внесен индекс 2-й работы. Адрес этой ячейки можно набрать на клавиатуре или указать эту ячейку с помощью мыши. В последнем случае используется кнопка со стрелкой, расположенной справа в диалоговом поле.

В поле **Табл_массив** необходимо ввести диапазон ячеек таблицы исходных данных и расчетных параметров. Например, **\$A\$3 : \$L\$11**.

Следует отдельно остановиться на особенностях ввода ссылок на ячейки таблицы. Различают абсолютные и относительные ссылки. Признаком абсолютной ссылки является символ «\$». При этом можно фиксировать отдельно строку, столбец или то и другое вместе. Управление фиксацией ссылки осуществляется с помощью клавиши **<F4>**.

Ссылку на диапазон ячеек можно представить и в другом, более удобном виде – в виде наименования диапазона. Для этого необходимо присвоить имя

диапазону и использовать это имя как ссылку. Чтобы присвоить имя диапазону, нужно выделить этот диапазон ячеек, активизировать окно наименования диапазона и внести с клавиатуры символы имени, например, **Таблица**. Это имя записывается в строку **Табл_массив** мастера функции.

В поле **Номер_индекса_столбца** необходимо внести порядковый номер столбца в таблице, из которого будет взято значение параметра. В нашем случае столбец № 7 – значение раннего срока начала предшествующей работы.

В поле **Диапазон_просмотра** необходимо ввести команду «**ИСТИНА**».

Для написания формулы расчета ранних сроков начала работ нам понадобятся еще две функции, а именно функции **ЕСЛИ()** и **МАКС()**, которые относятся к категории **Логические**, в разделе меню **Вставка ⇒ Функция**.

Синтаксис написания этих функций следующий:

**ЕСЛИ(логическое выражение; значение_если_истина;
значение_если_ложь)**

Диалоговое окно мастера функции **ЕСЛИ()** представлено на рис. 6.13.

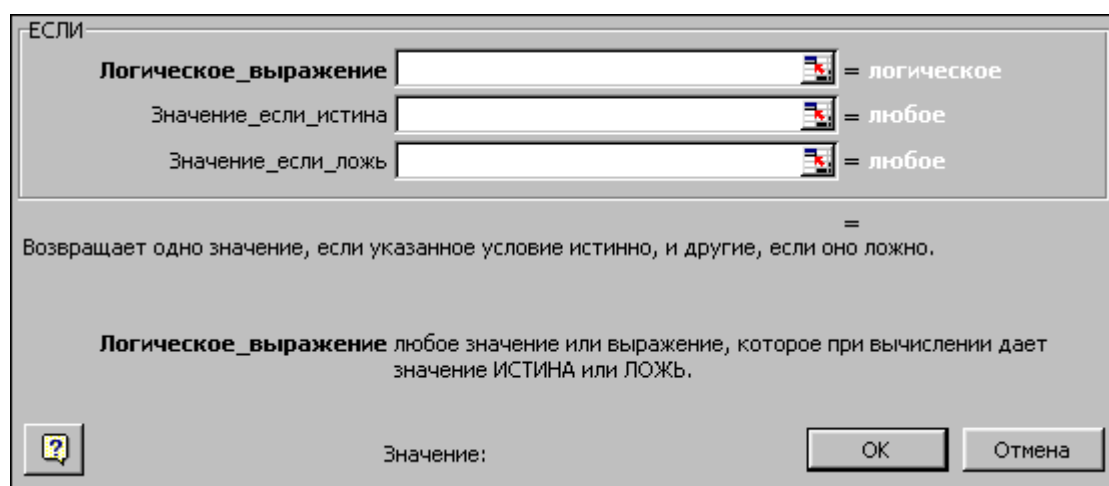


Рис. 6.13. Диалоговое окно мастера функции **ЕСЛИ()**

В соответствующие поля необходимо ввести параметры функции.

Функция **МАКС()** предназначена для нахождения максимального значения из списка аргументов, при этом логические значения или текст игнорируются. Синтаксис функции имеет вид

МАКС(число1;число2;...) или МАКС(диапазон ячеек).

Диалоговое окно мастера функции МАКС() представлено на рис. 3.10.

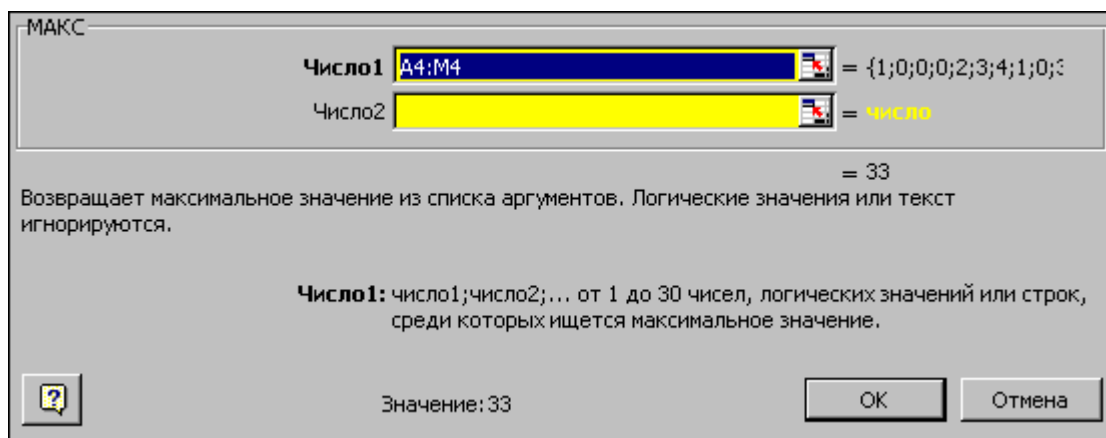


Рис. 6.14. Диалоговое окно мастера функции МАКС()

Формула расчета раннего срока начала работы № 1, которая вводится в ячейку **НЗ**, будет иметь вид:

=МАКС(ЕСЛИ(ВЗ="";0;ВПР(ВЗ;Таблица;7;ИСТИНА)+ВПР(ВЗ;Таблица;8;ИСТИНА));ЕСЛИ(СЗ="";0;ВПР(СЗ;Таблица;7;ИСТИНА)+ВПР(СЗ;Таблица;8;ИСТИНА)))

Эту формулу необходимо размножить для всех работ (диапазон **\$Н\$3:\$Н\$11**).

Для определения длительности пути, проходящего через данную работу, необходимо рассчитать ранние сроки начала работ с конца сети. Они определяются по следующей формуле

$$T^{\text{рн}}_i = \max_{ij \in U_i^+} (T^{\text{рн}}_j + t_j), \quad (6.10)$$

где $T^{\text{рн}}_i$ – ранний срок начала i -й работы с конца сети.

Эта формула в формате Excel имеет вид:

=МАКС(ЕСЛИ(D3="";0;ВПР(D3;Таблица;7;ИСТИНА)+ВПР(D3;Таблица;9;ИСТИНА));ЕСЛИ(E3="";0;ВПР(E3;Таблица;7;ИСТИНА)+ВПР(E3;Таблица;9;ИСТИНА));ЕСЛИ(F3="";0;ВПР(F3;Таблица;7;ИСТИНА)+ВПР(F3;Таблица;9;ИСТИНА)))

Эту формулу необходимо внести в ячейку **I3** и размножить ее в диапазоне **\$I\$3:\$I\$11**.

Расчет длительности пути (To_i), проходящего через i -ю работу, производится по формуле

$$To_i = T_{pn_i} + T_{\text{св}_i} + t_i. \quad (6.11)$$

В формате Excel эта формула имеет вид:

$$=G3+H3+I3.$$

Необходимо эту формулу внести в ячейку **J3** и размножить ее в диапазоне **\$J\$3:\$J\$11**.

Длина пути, проходящего через первую и последнюю работу, будет критической. Она определяет трудоемкость выполнения всего проекта. Для определения длительности критического пути (T_{kp}) необходимо в ячейку **J12** ввести формулу

$$T_{kp} = \max_{i \in U_1} To_i. \quad (6.12)$$

В формате Excel она имеет вид:

$$=МАКС(J3:J11).$$

Полный резерв времени работы показывает допустимые периоды времени задержки начал работ, не вызывая при этом увеличения срока выполнения всего проекта. Полный резерв времени работы определяется по формуле

$$R_i = T_{kp} - To_i \quad (6.13)$$

В формате Excel эта формула имеет вид:

$$=J12-J3.$$

Необходимо ввести эту формулу в ячейку **K3** и размножить ее в диапазоне **\$K\$3:\$K\$11**.

Свободный резерв времени работы представляет собой часть полного резерва времени. Этот резерв относится только к данной работе. Этот параметр рассчитывается по формуле

$$R_{св_i} = \min_{ij \in U_1^+} (T_{pn_j} - T_{pn_i} - t_i). \quad (6.14)$$

Работы, лежащие на критическом пути, свободных резервов времени не имеют.

При расчете свободных резервов времени понадобится еще одна функция – функция выбора минимального значения из диапазона чисел. Эта функция очень критична к статусу обрабатываемых ячеек. Диапазон ячеек должен быть форматизирован как числа. Ячейки не должны содержать формул. Диалоговое окно мастера выбора минимального значения приведено на рис. 6.15.

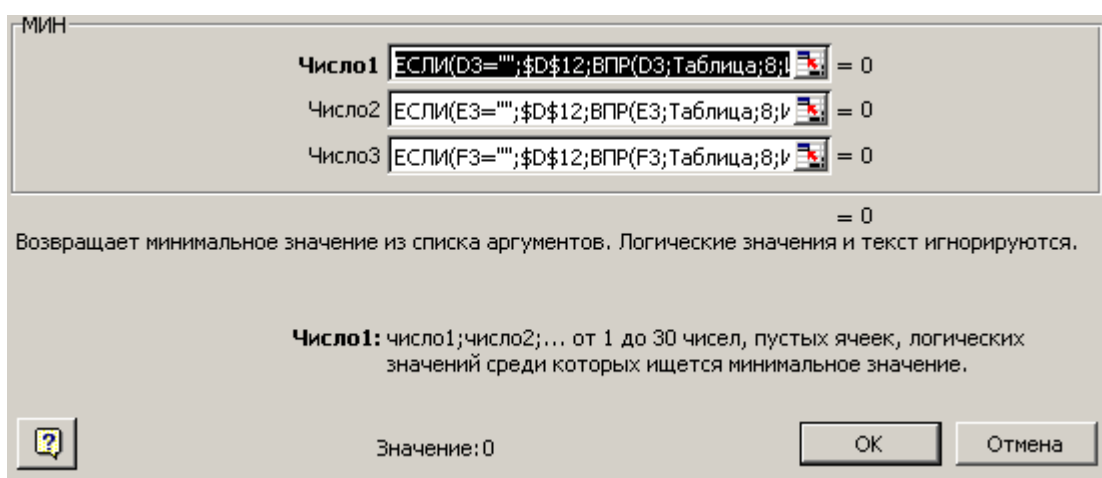


Рис. 6.15. Диалоговое окно мастера функции МИН()

В формате Excel формула (6.14) имеет вид:

=МИН(ЕСЛИ(D3="";D\$12;ВПР(D3;Таблица;8;ИСТИНА))-G3-НЗ);ЕСЛИ(E3="";D\$12;ВПР(E3;Таблица;8;ИСТИНА))-G3-НЗ);ЕСЛИ(F3="";D\$12;ВПР(F3;Таблица;8;ИСТИНА))-G3-НЗ)).

Расчетные параметры рассматриваемой сетевой модели планирования комплекса работ приведены на рис. 6.16.

Длительность критического пути – 19 дней. Критическими работами являются работы №1, № 3, № 6, № 8 и № 9. Полные резервы имеют работы № 2, № 4, № 5, и № 7. Свободными резервами времени располагают работы № 2 – 4 дня, № 4 – 5 дней и № 7 – 3 дня. Данные этой таблицы используют для оформления нарядов по выполнению работ.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Таблица Форда												
2	Индексы работ	Предшествующие работы		Последующие работы			Мат.ожидание длительности работы	Ранний срок начала работ	Ранний срок начала работ с конца сети	Длительность пути	Полный резерв времени работы	Свободный резерв времени работы	
	3	1			2	3	4	2	0	17	19	0	0
	4	2	1		5			2	2	8	12	7	4
	5	3	1		5	6		6	2	11	19	0	0
	6	4	1		6			1	2	11	14	5	5
	7	5	2	3	7			3	8	5	16	3	0
	8	6	3	4	8			4	8	7	19	0	0
	9	7	5		9			2	11	3	16	3	3
	10	8	6		9			4	12	3	19	0	0
	11	9	7	8				3	16	0	19	0	0
	12							Критический путь			19		
13													

Рис. 6.16. Расчетные показатели сетевой модели

6.6. Требования, предъявляемые к учебному отчету по работе

Отчет по работе должен содержать:

- Список работ и порядок их выполнения.
- Краткое описание модели расчета основных показателей и машинного решения задачи (результаты).
- Листинг формул (макросов).
- Выводы.

6.7. Типовой перечень работ по технической подготовки производства

- Подготовка технического предложения.
- Согласование и утверждение технического предложения.
- Разработка технического задания.
- Согласование и утверждение технического задания.
- Маркетинговое исследование рынка.
- Изучение потребителей.
- Изучение форм сопровождения товарной продукции.

- Изучение складского хозяйства.
- Изучение технико-экономических показателей конкурентов.
- Разработка эскизного проекта.
- Разработка рабочего проекта.
- Технологическая подготовка производства.
- Освоение технологических процессов.
- Расчет технологических показателей нового изделия.
- Обоснование цен на новое изделие.
- Оценка экономической эффективности.
- Комплексная оценка научно-технического уровня новой продукции.
- Пусконаладочные работы.
- Приемосдаточные работы и утверждение проекта.

Контрольные вопросы

1. Сетевая модель «Узел-событие».
2. Сетевая модель «Узел-операция».
3. Параметры сетевой модели «Узел-операция».
4. Методы построения сетевых графиков выполнения операций.
5. Математическая модель расчета параметров сетевого графика.
6. Табличный метод расчета параметров сетевого графика.
7. Использование функций электронной таблицы **Excel** при расчете параметров сетевой модели.

Список литературы

1. Мур Джон, Уэдерфорд Л. Экономическое моделирование в Excel/ Мур Джон, Уэдерфорд, Л. 6-е изд. : пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1024 с.
2. Уокенбах Джон. Библия пользователя Excel 97/ Уокенбах Джон. : пер. с англ. – Киев.: Диалектика, 1997. – 624 с.
3. Уокенбах Джон. Профессиональное программирование на VBA в Excel 2003: пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 800 с.

4. Шишкин Е.В., Чхартисвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: учеб. Пособие/ Е.В.Шишкин, А.Г.Чхартисвили – 2-е изд. – М.: Дело, 2002. – 440 с.
5. Мищенко В.А., Садовский В.А. и др. Математическое моделирование в управлении производством: учеб. пособие/ В.А.Мищенко, В.А.Садовский – Харьков: НТУ "ХПИ", 2002. – 228 с.
6. Лившиц В.Н. Выбор оптимальных решений в технологических расчетах/ В.Н.Лившиц – М.: Экономика, 1971. – 255 с.
7. Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования/ А. Схрейвер : пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 360 с.
8. Чемерис А., Юринець Р., Мицишин О. Ч-42 Методи оптимізації в економіці: навч. Посібник/ А.Схрейвер, Р.Юринець – Киев.: Центр навчальної літератури. 2006. – 152 с.
9. Кофман А., Дебазей Г. Сетевые методы планирования. Применение систем ПЕРТ и её разновидностей при управлении производствами и научно-исследовательскими проектами/ А. Кофман, Г.Дебазей – М.: Прогресс, 1968.

Навчальне видання

САДОВСЬКИЙ Віктор Артемович
СЕМЕНЧЕНКО Галина Володимирівна
ГОНЧАРОВА Галина Дмитрівна
ПОГОРЕЛОВ Ігор Миколайович

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

Навчальний посібник
для студентів інженерно-економічних спеціальностей

Російською мовою

Роботу рекомендував до видання проф. М.І. Погорелов
Відповідальний за випуск проф. П.Г. Перерва

Редактор О.С. Самініна

Підп. до друку _____ Формат 60x84/8. Папір офсетний. Ум. друк. арк, 6,0
Тираж 50. Зам. № 17. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ»,
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

61002, м. Харків, вул. Кирпичова, 2,

Друкарня ТОВ «Ассоль Пресс Арт»,
61002, Харків, вул. Коломенська, 27.

